

NMPaMŠ – 11.cvičenie

príprava

Matematická štatistika

Triedenie dát:

- **Prosté triedenie** – usporiadanie podľa veľkosti $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$, kde x_i sú namerané hodnoty.
- **Triedenie podľa početnosti** – pre každú nameranú hodnotu x_j je n_j počet výskytov hodnoty x_j medzi nameranými hodnotami, napr.

x_j	167	170	174	175	178	180
n_j	1	3	5	6	3	2

Výberový priemer náhodného výberu V_n je číslo

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{pre prosté triedenie,}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k n_j x_j \quad \text{pre triedenie podľa početnosti. } (n = \sum_{j=1}^k n_j)$$

Modifikovaný výberový rozptyl (disperzia) náhodného výberu V_n je číslo

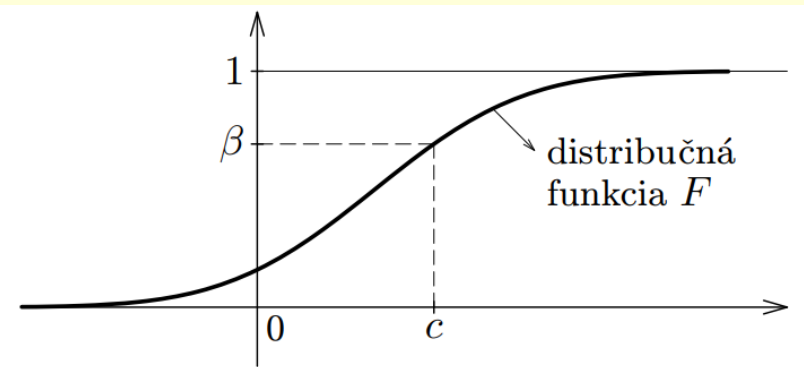
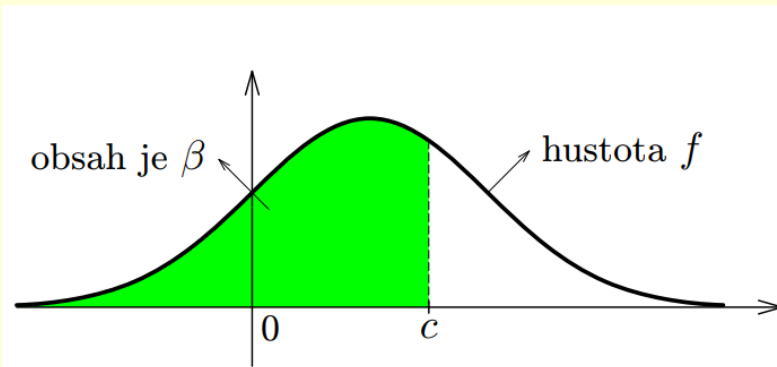
$$s^{*2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{pre prosté triedenie,}$$

$$s^{*2} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x})^2 n_j \quad \text{pre triedenie podľa početnosti.}$$

Modifikovaná výberová odchýlka náhodného výberu V_n je číslo $s^* = \sqrt{s^{*2}}$

β - kvantil

Najmenšie reálne číslo c , že $F(c) \geq \beta$ nazývame β -kvantilom rozdelenia pravdepodobnosti F a označujeme ho $c = F^{-1}(\beta)$.



RP – rozdelenie pravdepodobnosti

DF – distribučná funkcia

NP - náhodná premenná

β – kvantil = hodnota z tabuľky

Názov RP	NP	DF	β -kvantil
Normovaná normálna	Y	Φ	$\Phi^{-1}(\beta) = y_\beta$
Chí-kvadrát	χ^2	χ_n^2	$\chi_{\beta,n}^2$
Studentovo t	T	t_n	$t_{\beta,n}$
Fisherovo	F	$F_{n,m}$	$F_{\beta;n,m}$

Intervaly spoľahlivosti

Hladina významnosti α - pravdepodobnosť, že náš štatistický záver je chybný, $\alpha \in (0,1)$

Intervalový odhad Q na hladine významnosti α - číselný interval $\langle Q_1, Q_2 \rangle$, v ktorom leží Q s pravdepodobnosťou $1 - \alpha$

$1 - \alpha$ - koeficient spoľahlivosti intervalového odhadu $\langle Q_1, Q_2 \rangle$

a) Intervaly spoľahlivosti pre μ (σ - známe)

Obojstranný interval

$$\mu \in \left\langle \underbrace{\bar{x}}_{\text{výberový priemer}} - \underbrace{y_{1-\frac{\alpha}{2}}}_{\text{počet prvkov}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \underbrace{y_{1-\frac{\alpha}{2}}}_{\text{počet prvkov}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right\rangle$$

S^*

Ľavostranný interval

$$\mu \in \left\langle \bar{x} - \underbrace{y_{1-\alpha}}_{\text{počet prvkov}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \infty \right), \quad \text{resp.} \quad \mu \in \left(-\infty, \bar{x} + \underbrace{y_{1-\alpha}}_{\text{počet prvkov}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

Pravostranný interval

β - kvantil pre normálne rozdelenie - hodnota z tabuľky

b) Intervaly spoľahlivosti pre μ (σ - neznáme)

Obojstranný interval

$$\mu \in \left\langle \bar{X} - \underbrace{t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}}_{\beta}, \bar{X} + \underbrace{t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}}_{\beta} \cdot \frac{s^*}{\sqrt{n}} \right\rangle$$

Ľavostranný interval

$$\mu \in \left\langle \bar{X} - \underbrace{t_{1-\alpha, n-1}}_{\beta} \cdot \frac{s^*}{\sqrt{n}}, \infty \right), \text{ resp. } \mu \in \left(-\infty, \bar{X} + \underbrace{t_{1-\alpha, n-1}}_{\beta} \cdot \frac{s^*}{\sqrt{n}} \right\rangle$$

Pravostranný interval

β – kvantil pre Studentovo rozdelenie - hodnota z tabuľky

c) Intervaly spoľahlivosti pre σ^2 (μ - neznáme)

Obojstranný interval

$$\sigma^2 \in \left\langle \frac{(n-1) \cdot s^{*2}}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}}, \frac{(n-1) \cdot s^{*2}}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}} \right\rangle$$

Ľavostranný interval

$$\sigma^2 \in \left\langle \frac{(n-1) \cdot s^{*2}}{\chi^2_{1-\alpha, n-1}}, \infty \right\rangle$$

Pravostranný interval

$$\sigma^2 \in \left(0, \frac{(n-1) \cdot s^{*2}}{\chi^2_{\alpha, n-1}} \right)$$

β – kvantil pre χ^2 rozdelenie - hodnota z tabuľky