

OPERÁCIE S KČ V ALGEBRAICKOM TVARE

SÚČET A ROZDIEL KČ V ALG. TVARE

- ROBIEME PO ZLOŽKÁCH, T.J. SČÍTAME, RESP. ODCÍTAME REÁLNE ZLOŽKY ODOBRITNE
A IMAGINÁRNE ZLOŽKY ODOBRITNE

$$\text{NECH } z_1 = x_1 + y_1 \cdot i \\ z_2 = x_2 + y_2 \cdot i$$

$$\text{SÚČET } z_1 + z_2 = x_1 + x_2 + \underbrace{y_1 \cdot i + y_2 \cdot i}_{\text{Im}} = \underbrace{(x_1 + x_2)}_{\text{Re}} + \underbrace{(y_1 + y_2)}_{\text{Im}} i$$

$$\text{ROZDIEL } z_1 - z_2 = (x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) i$$

PRÍKLAD: VYPOČÍTAME $z_1 + z_2$; $z_2 - z_1$, AK $z_1 = -\frac{2}{3} - \frac{1}{3}i$; $z_2 = 1 + i$

$$z_1 + z_2 = -\frac{2}{3} - \frac{1}{3}i + 1 + i = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$$

$$z_2 - z_1 = (1 + i) - \left(-\frac{2}{3} - \frac{1}{3}i\right) = \left(1 + \frac{2}{3}\right) + \left(1 + \frac{1}{3}\right)i = \frac{5}{3} + \frac{4}{3}i$$

K-NÁSOBOK KČ V ALG. TVARE

- ROBIEME TAK, ŽE KAŽDÚ ZLOŽKU KČ VYNÁSOBIEME ODOBRITNE REÁLNYM ČÍSLOM k

$$\text{NECH } z = x + y \cdot i$$

$$k\text{-NÁSOBOK ČÍSLA } z \text{ JE } k \cdot z = \underbrace{k \cdot x}_{\text{Re}} + \underbrace{k \cdot y \cdot i}_{\text{Im}}$$

PRÍKLAD: NECH $z = 2 + 3i$, URČME $-5 \cdot z$.

$$-5 \cdot z = -5(2 + 3i) = -10 - 15i$$

SÚČIN KČ V ALG. TVARE

- ROBIEME AKO NÁSOBOENIE DVOJČLENOV - KAŽDÚ ZLOŽKU 1. KČ NÁSOBIEME S KAŽDOU ZLOŽKOU DRUHÉHO KČ, PRÍTOM VYUŽÍVAME, ŽE $(i)^2 = -1$

$$\text{NECH } z_1 = x_1 + y_1 \cdot i$$

$$z_2 = x_2 + y_2 \cdot i$$

$$\text{SÚČIN } z_1 \cdot z_2 = (x_1 + y_1 i) \cdot (x_2 + y_2 i) = x_1 x_2 + \underbrace{x_1 y_2 i}_{\text{Im}} + \underbrace{y_1 x_2 i}_{\text{Im}} + y_1 y_2 \underbrace{(i)^2}_{=-1} = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + (x_1 y_2 + y_1 x_2) i$$

PRÍKLAD: VYPOČÍTAME $z_1 \cdot z_2$; AK $z_1 = -1 + i$; $z_2 = 2 + 3i$

$$z_1 \cdot z_2 = (-1 + i) \cdot (2 + 3i) = -2 - 3i + 2i + 3(i)^2 = -2 - 3i + 2i - 3 = -5 - i$$

PRÍKLAD: VYPOČÍTAME $(3 - 2i)(3 + 2i) = 9 + 6i - 6i + 4 = 13$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$(3 - 2i)(3 + 2i) = 3^2 - (2i)^2 = 9 - 4(i)^2 = 9 - 4(-1) = 9 + 4 = 13$$

$$\text{ZOVŠEOBECNENIE: } z \cdot \bar{z} = (x + y i)(x - y i) = x^2 + y^2$$

SÚČIN 2 KOMPLEXNE ZDRUŽENÝCH ČÍSEL JE VŽDY ČÍSLO REÁLNE.

PODIEL KČ V ALG. TVARE

- ROBIEME TAK, ŽE PODIEL ZAPÍŠANÝ V TVARE ZLOMKU VYNÁSOBIEME 1 JEDNOTKOU VO VMOBNOM TVARE, TAK, ABY VO VÝSLEDNOM MENOVATELI SME ODSTRÁNILI KČ

- VYUŽÍVAME PRÍTOM FAKT, ŽE $z \cdot \bar{z} = (x^2 + y^2) \in \mathbb{R}$

$$\text{NECH } z_1 = x_1 + y_1 \cdot i$$

$$z_2 = x_2 + y_2 \cdot i$$

$$\text{PODIEL } \frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 + y_1 i}{x_2 + y_2 i} \cdot \frac{x_2 - y_2 i}{x_2 - y_2 i} = \frac{x_1 x_2 - x_1 y_2 i + x_2 y_1 i + y_1 y_2}{(x_2)^2 + (y_2)^2} =$$

$$= \frac{(x_1 x_2 + y_1 y_2) - (x_1 y_2 - x_2 y_1) i}{(x_2)^2 + (y_2)^2} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{(x_2)^2 + (y_2)^2} - \frac{x_1 y_2 - x_2 y_1}{(x_2)^2 + (y_2)^2} i$$

PRÍKLAD: VYPOČÍTAME $\frac{z_2}{z_1}$; AK $z_1 = 1 - 2i$; $z_2 = 3i$

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{3i}{1 - 2i} \cdot \frac{1 + 2i}{1 + 2i} = \frac{3i + 6(i)^2}{1^2 + 2^2} = \frac{-6 + 3i}{5} = -\frac{6}{5} + \frac{3}{5}i$$

UMOCŇOVANIE KČ V ALG. TVARE

- MŤ ZMYSLEL IBA PRÍKLADY, MOCMINÁCH (z^2 ; z^3)

- VYUŽÍJEME PRÍTOM ZNÁHE VZORCE AKED POSTUPNÉ NÁSOBOENIE ČÍSEL ZA SEBOU

$$\text{VZORCE: } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \\ (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

PRÍTOM PLATÍ: $(i)^1 = i$

$$(i)^2 = -1$$

$$(i)^3 = i \cdot (i)^2 = -i$$

$$(i)^4 = (i^2)^2 = 1$$

$$(i)^5 = i$$

$$(i)^6 = -1$$

$$(i)^7 = -i$$

$$(i)^8 = 1$$

OPAKUJE SA

$$i^{40} = [(i)^2]^{20} = (-1)^{20} = 1$$

$$i^{49} = (i)^{48} \cdot i^1 = [(i)^2]^{24} \cdot i^1 = 1 \cdot i = i$$

$$\text{KEĎ PÁDA: } (-1) \cdot i = -i$$