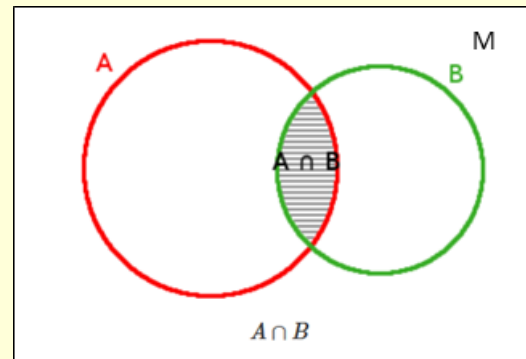
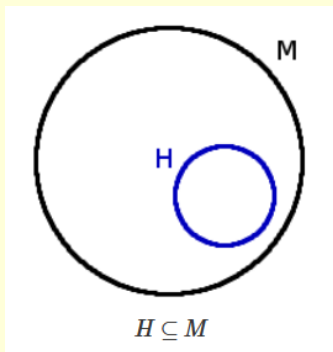


Repetitóriium z matematiky

1.prednáška



Prednášajúce: RNDr. Z. Gibová, PhD. , RNDr. J. Fortes, PhD.

zuzana.gibova@tuke.sk, jana.fortes@tuke.sk

Boženy Nemcovej 32, 6. poschodie, č. k.: 614

Konzultácie: piatok (Gibová) 10:00 – 11:00, iný deň po dohode

Prednáška povinná, predmet nekončí skúškou, ale zápočtom.

- **zápočet sa získa za aktívnu účasť na prednáške** (100% účasť, max. 3-krát ospravedlnená neúčasť - posúdi vyučujúci).
- Účasť na on-line výučbe sa kontroluje na základe prezenčnej listiny vytvorenej z Webexu podľa študentských emailových adries (meno.priezvisko@student.tuke.sk).
- Iba pridelený študentský email je jednoznačný identifikátor študenta.

Všetky materiály z prednášok (ppt) ale aj dú na stránke KMTI

Literatúra k cvičeniam

1. M. Bača, J. Buša, A. Feňovčíková, Z. Kimáková, D. Olekšáková, Š. Schrötter:
Zbierka riešených a neriešených úloh z matematiky pre uchádzačov o štúdium na TU v Košiciach
2. J. Buša, Š. Schrötter: Stredoškolská matematika pre študentov FEI TU v Košiciach
možnosť zakúpiť v knižnici

Číselné množiny a operácie s nimi

Množina je určená, ak vieme o ľubovoľnom objekte rozhodnúť, či je alebo nie je prvkom množiny. Množiny zapisujeme **veľkými písmenami**, pomocou **zátvoriek** { }.

$$K = \{-5, 9, 0, 1\}$$

Množinu určujeme

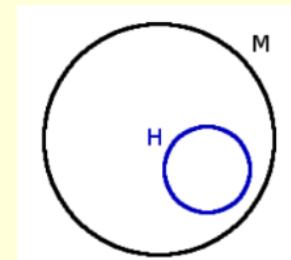
- vymenovaním (vypísaním) všetkých jej prvkov:
 $M = \{0,5; -3,27; 8\}$
- uvedením charakteristických vlastností prvkov, ktoré do tejto množiny patria:
 $N = \{x \in N : x \geq 50\}$

Poznámka: znak $\in$ čítame **je, patrí**

Nech A, B sú množiny

- $A \subset B$ - A je podmnožina množiny B, (všetky prvky množiny A sú prvkami množiny B)

napr. : $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $H = \{3, 0, 1\}$, $H \subset M$ ale $M \not\subset H$



- $A = B$ - rovnosť množín A, B: ($A \subseteq B$ a súčasne $B \subseteq A$) práve keď $A = B$

napr.: $C = \{-5; -3; 0; 2\}$, $D = \{0; 2; -3; -5\}$, $C \subseteq D$ a $D \subseteq C \Leftrightarrow C = D$

Pr. 1: Rozhodnite, či pre množiny $A = \{-10; 8; -5; 30, 100\}$, $B = \{-5; 8\}$, $C = \{30, 100\}$ platí: $A \subset B$, $C \subset A$, $B = C$.

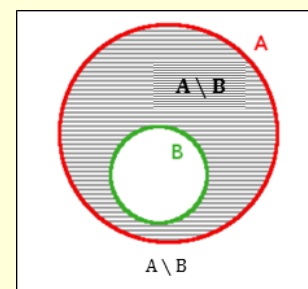
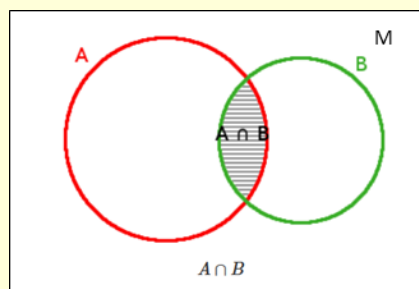
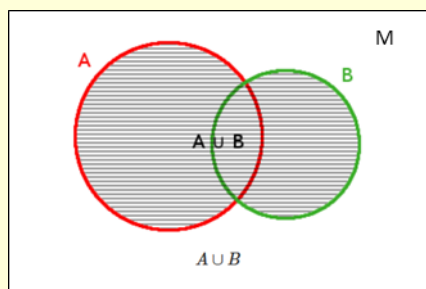
$$A \not\subset B$$

$$C \subset A \checkmark$$

$$B \neq C$$

Operácie s množinami: Nech $A, B \subset M$

- zjednotenie množín $A \cup B$;
množina $A \cup B$ obsahuje prvky, ktoré patria aspoň do jednej z množín A a B
- prienik množín $A \cap B$;
množina $A \cap B$, je množina všetkých prvkov, ktoré sú v množine A a súčasne i v množine B
- ak $B \subset A$, tak $A \setminus B$ je doplnok množiny B v množine A ;
 $A \setminus B$ je množina, ktorá obsahuje všetky prvky z A , ktoré zároveň nie sú v B



napr. $A = \{-10; 8; -5; 30; 100\}$, $B = \{-5; 8; 9\}$; $A \cup B = \{-10; 8; -5; 30; 100; 9\}$
 $A \cap B = \{8; -5\}$
 $A \setminus B = \{-10; 30; 100\}$

Pr. 2: Určte $B \setminus A$ pre predchádzajúcu situáciu. $A = \{-10; 8; -5; 30; 100\}$, $B = \{-5; 8; 9\}$

$B \setminus A$ je množina, ktorá obsahuje všetky prvky z B , ktoré zároveň nie sú v A , $B \setminus A = \{9\}$

Číselné množiny (obory):

N – obor (množina) prirodzených čísel $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

Z – obor celých čísel $Z = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

Q – obor racionálnych čísel

čísla, ktoré sa dajú zapísať v tvare zlomku, patria sem celé čísla (napr. 2; - 4), desatinné čísla s ukončeným rozvojom (napr. 0,500000), čísla s periodickým desatinným rozvojom $0,\overline{3}$

I – obor iracionálnych čísel – každé reálne číslo, ktoré nie je racionálne, napr. $\sqrt{3}$, e
 $\pi = 3.14159265358979323846264338327950288419716939937\dots$

R – obor reálnych čísel, $R = Q \cup I$

C – obor komplexných čísel, napr. $z = 4 + 5i$

$$N \subset Z \subset Q \subset I \subset R \subset C$$

Pr. 3: Určte, ktoré tvrdenia pre dané čísla sú správne: a) číslo $10^2 \in Z$ ✓

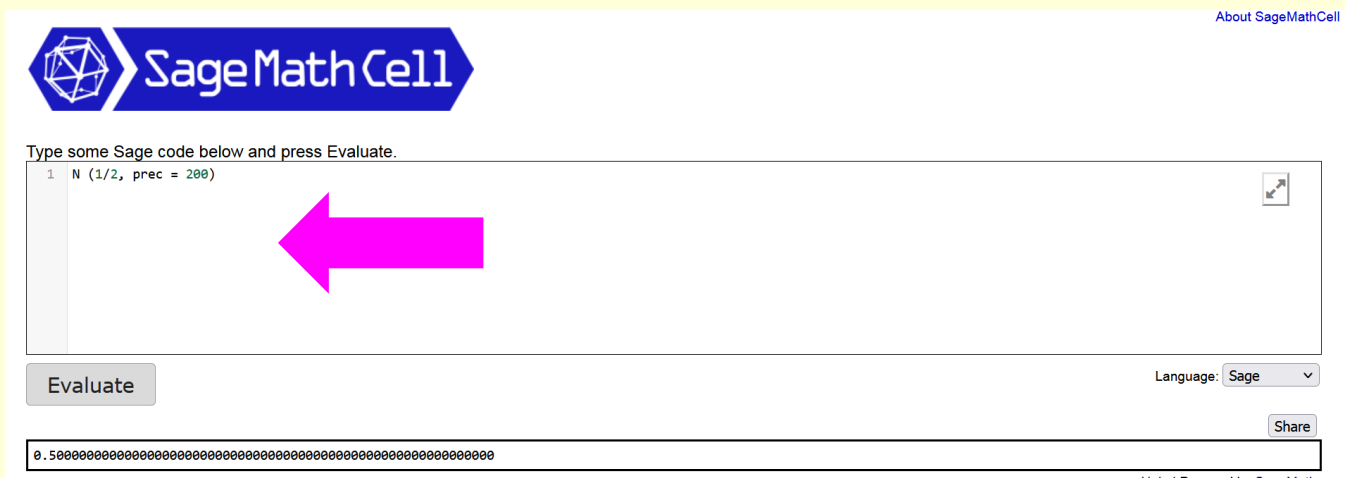
b) číslo $\frac{1}{5} \in N$ ✗ 0,2

c) číslo $3,\overline{4} \in Q$ ✓

d) číslo $-\sqrt{2} \notin Q$ ✗

Vyskúšajte si rozklad čísel pomocou programu SageMathCell

<https://sagecell.sagemath.org/>



Do poľa označeného šípkou, vložte príkaz na rozklad v tvare

$N(\text{číslo}, \text{prec} = \text{hodnota})$ a stlačte **Evaluate**

Prec znamená presnosť rozvoja v bitoch, ovplyvní počet desatinných miest v rozvoji.

Napr. $N(2/3, \text{prec} = 200)$

Poznámka: pre zápis čísla $\sqrt[n]{x}$ použite zápis **sqrt()**

Napr. $N(\text{sqrt}(5), \text{prec} = 200)$ $\text{sqrt}(5) = \sqrt[2]{5}$

Úprava algebraických výrazov

Algebraický výraz je zápis, ktorý sa skladá z čísel a písmen (premenné: x, y, t), pospájané znakmi operácií (+, -, ·, :, mocnenie, odmocnenie), obsahujú aj zátvorky (určujú poradie operácií)

$$\frac{x+2}{x^2+4x+2}$$

$$(x^3-5) \cdot (x+8)$$

$$\frac{3}{5} + 2x$$

Úpravy alg. výrazov : $c \neq 0, b \neq 0$

1. krátenie zlomku

$$\frac{a \cdot \cancel{b}}{c \cdot \cancel{b}} = \frac{a}{c}$$

$$\frac{5 \cdot x}{6 \cdot x} = \frac{5}{6}$$

2. na spoločného menovateľa

$$\frac{a}{b} \pm \frac{d}{c} = \frac{a \cdot c \pm d \cdot b}{b \cdot c}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{11}{12}$$

3. násobenie zlomkov

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\frac{2}{4} \cdot \frac{5}{x} = \frac{2 \cdot 5}{4 \cdot x} = \frac{10}{4 \cdot x}$$

4. delenie zlomkov

$$\frac{a}{b} : \frac{d}{c} \curvearrowright = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \quad d \neq 0$$

$$\frac{x}{4} : \frac{3}{x} = \frac{x}{4} \cdot \frac{x}{3} = \frac{x^2}{12}$$

5.
$$\frac{a \pm b}{c} = \frac{a}{c} \pm \frac{b}{c}$$

$$\frac{3-x}{5} = \frac{3}{5} - \frac{x}{5}$$

$$! \quad \frac{a}{b \pm c} \neq \frac{a}{b} \pm \frac{a}{c} \quad !$$

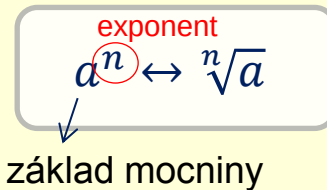
Úpravy výrazov s mocninami a odmocninami: $r, s \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$

$$1. \quad a^r \cdot a^s = a^{r+s} \qquad 3^5 \cdot 3^2 = 3^{5+2} = 3^7$$

$$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

rovnaký základ

$$\frac{2^8}{2^2} = 2^{8-2} = 2^6$$



$$a^n \leftrightarrow \sqrt[n]{a}$$

základ mocniny

$$2. \quad (a^r)^s = a^{r \cdot s} \qquad (10^2)^8 = 10^{2 \cdot 8} = 10^{16}$$

$$3. \quad a^{-r} = \frac{1}{a^r} \qquad 5^{-3} = \frac{1}{5^3}$$

$$a^r = \frac{1}{a^{-r}}$$

$$x^7 = \frac{1}{x^{-7}}$$

$$4. \quad a^r \cdot b^r = (a \cdot b)^r \qquad 2^3 \cdot 4^3 = (8)^3$$

$$\frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r$$

$$\frac{2^9}{y^9} = \left(\frac{2}{y}\right)^9$$

rovnaký exponent

$$5. \quad \sqrt[n]{a^r} = a^{\frac{r}{n}} \qquad \sqrt[11]{9^2} = 9^{\frac{2}{11}}$$

$$\sqrt[n]{a^n} = a \quad \text{pre } n - \text{nepárne}$$

$$\sqrt[3]{x^3} = x$$

$$\sqrt[n]{a^n} = |a| \quad \text{pre } n - \text{párne}$$

$$\sqrt[2]{y^2} = |y|$$

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[3]{2 \cdot 5} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[4]{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{5}}$$

$$6. \quad (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

Pr. 4 – str. 12/1 b: Upravte daný číselný výraz:

$$\frac{-1}{2^2} - \left(\frac{-2^2}{3}\right)^2 - \frac{16}{(-3)^2} + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{-1}{4} - \left(\frac{-4}{3}\right)^2 - \frac{16}{9} + \frac{(-1)^2}{2^2} =$$
$$= \cancel{-\frac{1}{4}} - \frac{(-4)^2}{3^2} - \frac{16}{9} + \cancel{\frac{1}{4}} = -\frac{16}{9} - \frac{16}{9} = \frac{-32}{9}$$

$$2^2 = 4$$

$$-2^2 = -4$$

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$$

$$a^r \cdot b^r = (a \cdot b)^r$$

$$\frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r$$

+	.	-	=	-
-	.	+	=	-
+	.	+	=	+
-	.	-	=	+

Pr. 5 – str. 12/1 a: Upravte daný číselný výraz:

$$\left(-(-3)^2 + 5^2 - 4^2 + 3^2\right)^2;$$

[81]

najprv úprava výrazu v zátvorke, až tak umocnenie

$$(-9 + 25 - 16 + 9)^2 = (-9 + 9 + 9)^2 = (0 + 9)^2 = (9)^2 = 9 \cdot 9 = 81$$

Pr. 6 – str. 12/1 e: Upravte daný číselný výraz:

$$\sqrt{0,03 + \frac{1}{100}} \cdot \sqrt{10^2 - 8^2} - (\sqrt{3})^2 = \underline{\underline{a \cdot b - c}}$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{3}{100} + \frac{1}{100}} \cdot \sqrt{100 - 64} - 3 = \sqrt{\frac{4}{100}} \cdot \sqrt{36} - 3 = \\ &= \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}} \cdot 6 - 3 = \frac{2}{10} \cdot 6 - 3 = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2} \cdot 5} \cdot 6 - 3 = \end{aligned}$$

$$(\sqrt{3})^2 = \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 3^{\frac{1}{2} \cdot 2} = 3^1$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{5} \cdot 6 - 3 = \frac{6}{5} - \frac{3}{1} \\ &= \frac{6 - 15}{5} = -\frac{9}{5} \end{aligned}$$

!! násobenie má prednosť pred sčítaním a odčítaním

$$\sqrt[s]{a^r} = a^{\frac{r}{s}}$$

$$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\frac{a \cdot b}{c \cdot b} = \frac{a}{c}$$

Pr. 7 – str. 12/1 f: Upravte daný číselný výraz:

$$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32}}{\sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{48}} = \frac{\sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{2 \cdot 9} - \sqrt{2 \cdot 16}}{\sqrt{3 \cdot 4} - \sqrt{9 \cdot 3} + \sqrt{3 \cdot 16}} =$$

$$= \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{9} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{16}}{\sqrt{3} \sqrt{4} - \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3} \sqrt{16}} = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot 3 - \sqrt{2} \cdot 4}{2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{\sqrt{2} (2 + 3 - 4)}{\sqrt{3} (2 - 3 + 4)} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{3 \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 3}{3 \cdot 3} \leftarrow a \cdot b = b \cdot a$$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3 \leftarrow$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{9}$$

$$\begin{array}{l} \sqrt{3} \cdot 3 \\ 3 \cdot \sqrt{3} \end{array} \right)$$

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Pr. 8 – str. 12/2 a: Rozložte v R na súčin:

$$\begin{array}{c} x^3 - 2x^2 - x + 2 = x(x^2 - 1) - 2(x^2 - 1) = (x^2 - 1)(x - 2) \\ \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ x^2 \cdot x^1 \quad - 1 \cdot x \quad \quad -2 \cdot -1 \\ \downarrow \\ 2 \end{array}$$

úprava – vybrané spoločných členov pred zátvorku

Pr. 9 – str. 12/2 b: Rozložte v R na súčin:

$$x^3 - x^2 + 4x - 4 = x^2(x - 1) + 4(x - 1) = (x - 1)(x^2 + 4)$$

Pr. 10 – str. 12/2 g: Rozložte v R na súčin:

$$(x+y)^4 - (x-y)^4 = \left[\underbrace{(x+y)^2}_c \right]^2 - \left[\underbrace{(x-y)^2}_d \right]^2 =$$

$$\frac{c^2 - d^2 = (c-d) \cdot (c+d)}{(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2} \quad \left[\underbrace{(x+y)^2}_{a' \quad b'} - (x-y)^2 \right] \cdot \left[\underbrace{(x+y)^2}_c + \underbrace{(x-y)^2}_d \right] =$$

$$\left[(x^2 + 2xy + y^2) - (x^2 - 2xy + y^2) \right] \cdot \left[x^2 + \cancel{2xy} + y^2 + x^2 - \cancel{2xy} + y^2 \right]$$

$$\left[\cancel{x^2} + 2xy + \cancel{y^2} - \cancel{x^2} + 2xy - \cancel{y^2} \right] \cdot \left[2x^2 + 2y^2 \right] =$$

$$4xy \left(\textcircled{2}x^2 + \textcircled{2}y^2 \right) = 4xy \cdot \textcolor{red}{2} (x^2 + y^2)$$

$$= 8xy (x^2 + y^2)$$

$$(a^r)^s = \underline{\underline{a^{r \cdot s}}}$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Pr. 11 – str. 12/2 f: Rozložte v R na súčin:

$$\begin{aligned} \underbrace{(6n + 17)^2}_a - \underbrace{(n - 3)^2}_b &= [(6n + 17) - (n - 3)] \cdot [(6n + 17) + (n - 3)] = \\ &= [6n + 17 - n + 3] \cdot [6n + 17 + n - 3] \\ &= [5n + 20] \cdot [7n + 14] = 5[n + 4] \cdot 7[n + 2] = 35(n + 4)(n + 2) \end{aligned}$$

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

Pr. 12 – str. 13/4 g: Upravte (zjednodušte) daný výraz:

$$\frac{2x(4-x^2) - x^2(-2x)}{(4-x^2)^2} = \frac{2x \left((4 - \cancel{x^2}) + \cancel{x^2} \right)}{\left((-1)^2 (-4 + x^2) \right)^2} = \frac{2x \cdot 4}{1 \cdot (x^2 - 4)^2}$$

$$= \frac{8x}{(x^2 - 4)^2}$$

$$-x^2 \cdot -1$$

$$4 - x^2 = [-1 \cdot (-4)] - [-1 \cdot -(x^2)]$$

$$-1 \cdot (-4 + x^2)$$

$$x^2 - 4$$

$$a + b = b + a$$

Pr. 13 – str. 13/4 b: Upravte (zjednodušte) daný výraz:

$$\frac{x}{x^2 - 4} \cdot \frac{x + 2}{3x};$$

$$[1/(3(x - 2))]$$

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

$$= \frac{\cancel{x}}{(x - \cancel{2})(x - 2)} \cdot \frac{\cancel{x} + 2}{3\cancel{x}} = \frac{1}{(x - 2)} \cdot \frac{1}{3}$$

Pr. 14 – str. 12/4 c: Upravte daný číselný výraz:

$$\frac{\frac{2-x}{x+3}}{\frac{4-4x}{x^2+3x}}$$

$$\text{1S: } \frac{2-x}{x+3} : \frac{4-4x}{x^2+3x} = \frac{2-x}{x+3} \cdot \frac{x^2+3x}{4-4x} =$$

$$= \frac{2-x}{\cancel{x+3}} \cdot \frac{x(\cancel{x+3})}{4(1-x)} = \frac{(2-x)x}{4(1-x)}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{d}{c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$= \frac{x(-1)(-2+x)}{4(-1)(-1+x)} = \frac{x(x-2)}{4(x-1)}$$

$$\text{2S: } \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{c \cdot b}$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$a + b = b + a$$

Dú: str. 12 – 16 /1g, 2i, 4b, 5 – a, b, e, j, i

Domáce úlohy sú zo súboru na

https://kmti.fei.tuke.sk/sites/default/files/2025-09/1-ssm_vyrazy.pdf

Riešenie úloh nám neposielate.