

Matematika I – 3.cvičenie

RNDr. Z. Gibová, PhD.

Konzultácie: štvrtok : 9:30 - 11:00

Pr. 1: Určte definičný obor funkcie:

$$f: y = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(4x - 3)} + \sqrt[7]{\frac{x^3 + 4x}{x - 1}}$$

$$D(f) = \left(\frac{3}{4}, 1\right)$$

Pr. 2: Určte definičný obor funkcie:

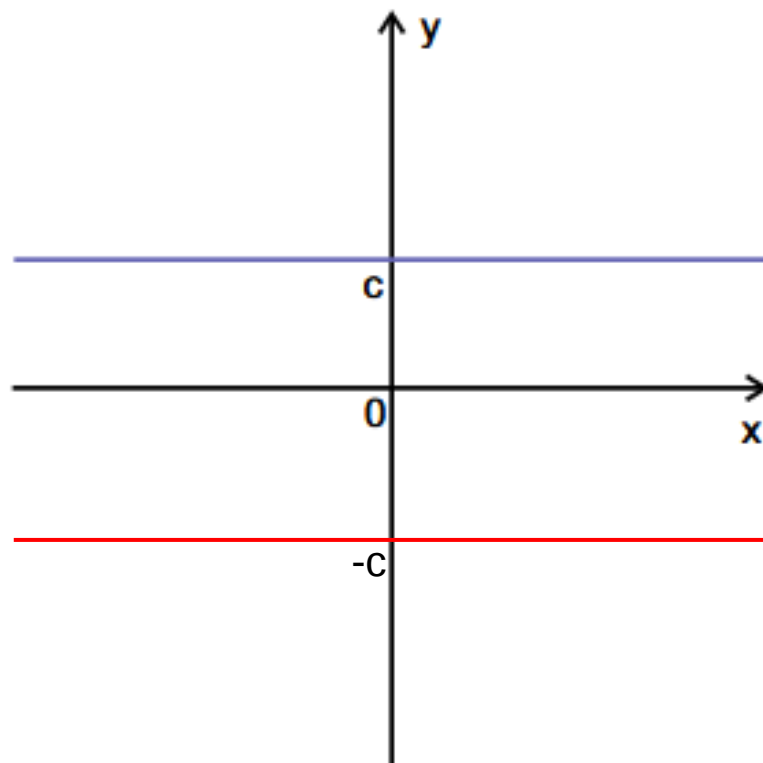
$$f: y = \arcsin \frac{x+3}{x-5}$$

$$D(f) = (-\infty, , 1\rangle$$

Dú: str. 6-9 / 12, 14, 19, 20, 22, 25, 26, 37, 39, 45, 46, 48, 49, 54, 55, 56, 58

Elementárne funkcie

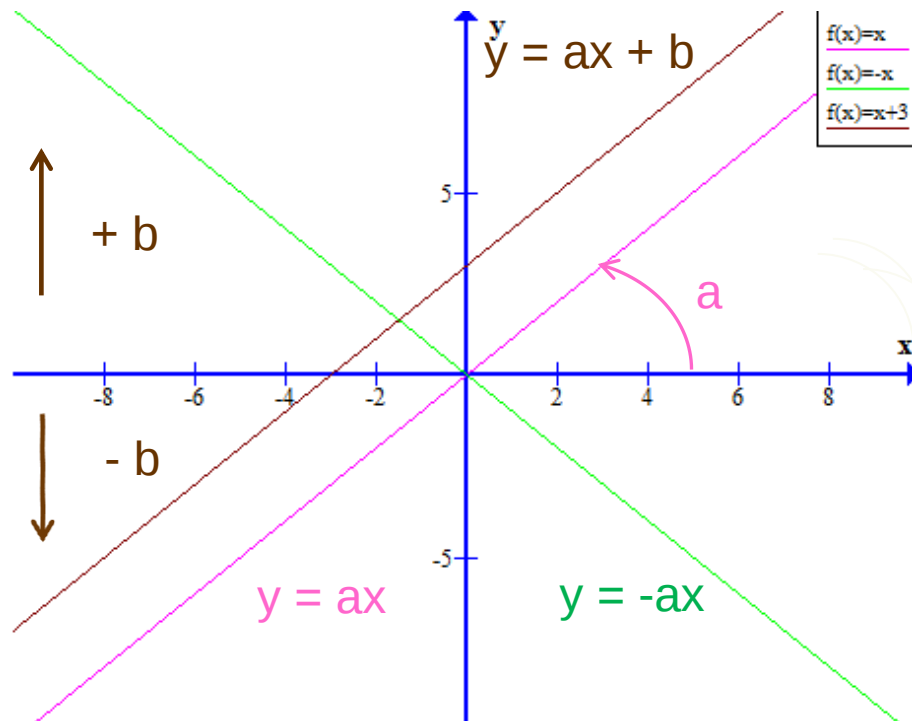
Konštantná funkcia $y = c, c \in \mathbb{R}$



Grafom je priamka rovnobežná s osou x. $D(f) = \mathbb{R}$

Elementárne funkcie

Lineárna funkcia $y = ax + b$, $a \neq 0$



a - ovplyvní sklon priamky
 $-a$ - ovplyvní smer priamky
 b – posun na osi y

Grafom je priamka. $D(f) = \mathbb{R}$

Pr. 1: Načrtnite grafy funkcií:

a) $y = 0,5x$

b) $y = -x + 5$

c) $y = 2x - 4$

d) $y = -3x + 1$ dú

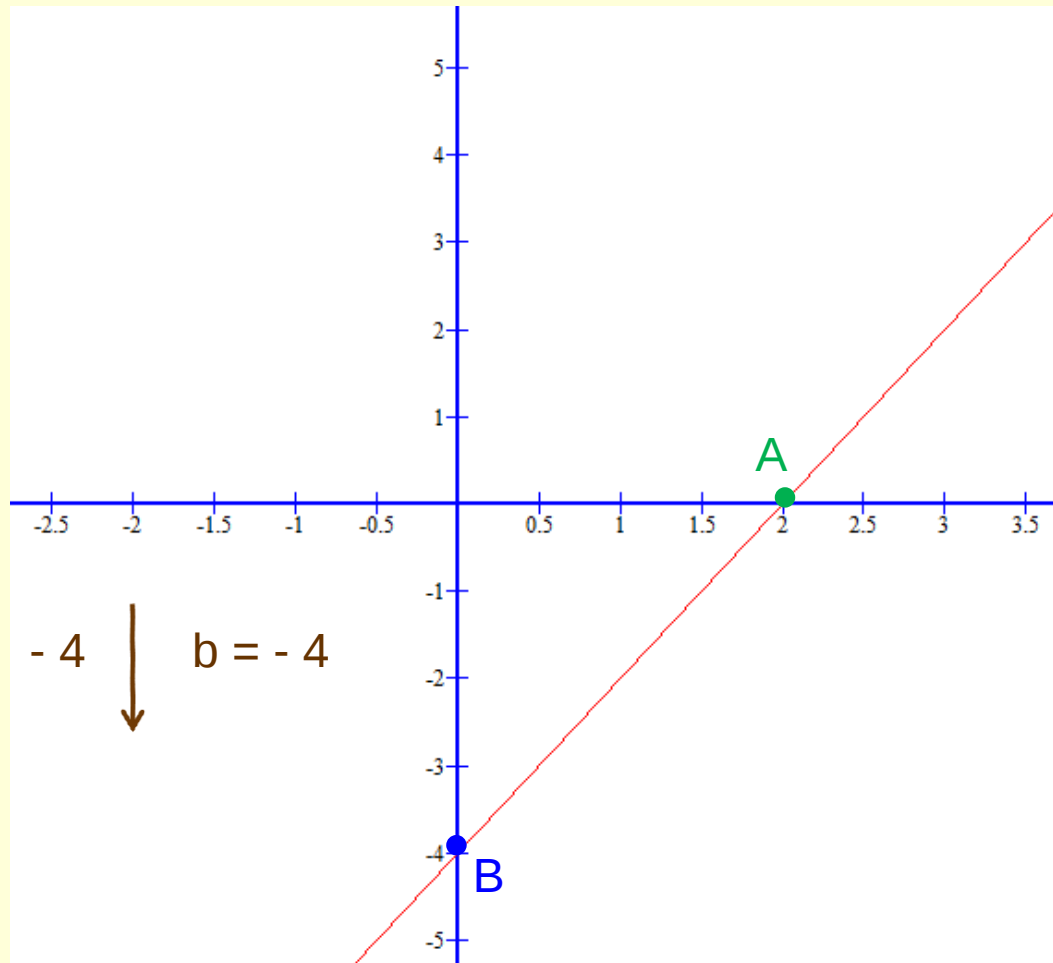
e) $y = 5$ dú

Správnosť nakreslenia grafov z dú si môžete overiť pomocou grafov SageMath, návod nájdete na predposlednej snímke.

Postup pri zostrojení grafu:

1. Určiť $D(f)$.
2. Pre dve hodnoty x z definičného odboru vypočítať y alebo určiť priesečníky s osou X a Y .
3. Viest' zvolenými bodmi priamku.

1.c) $y = 2x - 4$



$$D(f) = \mathbb{R}$$

priesečník s osou x : ($y = 0$)

$$0 = 2x - 4$$

$$4 = 2x$$

$$x = 2$$

$$\text{A: } y = 0, x = 2$$

priesečník s osou y : ($x = 0$)

$$y = 2 \cdot 0 - 4$$

$$y = -4$$

$$\text{B: } x = 0, y = -4$$

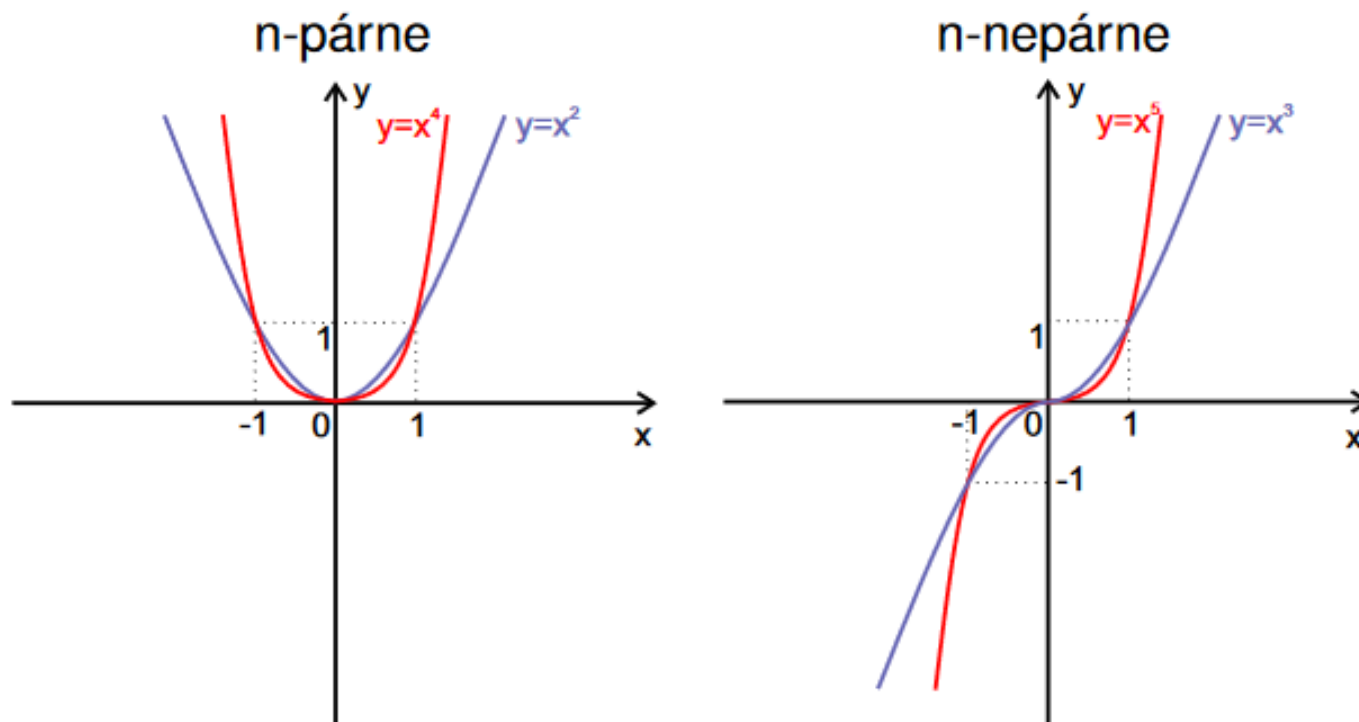
Pr. 2: Auto sa pohybuje od začiatku pohybu s konštantným zrýchlením $a = 0,5 \text{ m/s}^2$, jeho počiatočná rýchlosť je $v_0 = 2 \text{ m/s}$. Načrtnite

a) graf jeho zrýchlenia od času,

b) graf jeho rýchlosti od času, ak rýchlosť je daná predpisom $v = v_0 + at$.

Elementárne funkcie

Mocninová funkcia $y = x^n, n \in \mathbb{N}$



$$D(f) = \mathbb{R}$$

Pr. 3: Načrtnite grafy funkcií:

a) $y = 0,5x^4$

b) $y = -x^6$ dú

c) $y = -5x^5$

d) $y = 0,6x^3$ dú

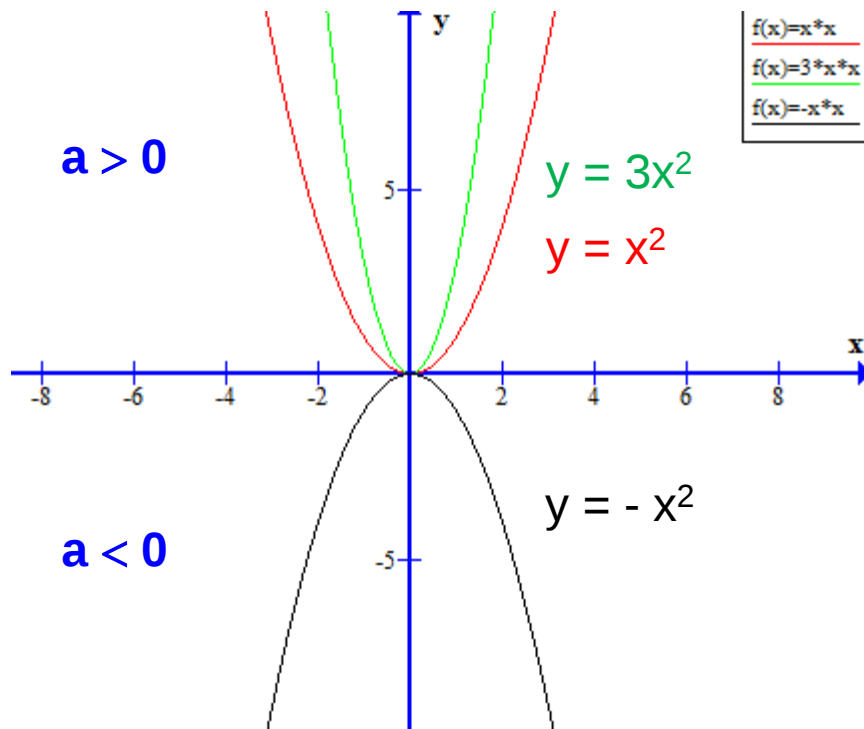
Správnosť nakreslenia grafov z dú si môžete overiť pomocou grafov SageMath, návod nájdete na predposlednej snímke.

Postup pri zostrojovaní grafu:

1. Určiť $D(f)$.
2. Určiť súradnice vrcholu V .
3. Zvolíme dva body z $D(f)$ a vypočítame y .
4. Viesť krivku cez vrchol a body (z bodu 3).

Elementárne funkcie

Kvadratická funkcia $y = ax^2 + bx + c$, $b = c = 0$
 $a \neq 0$

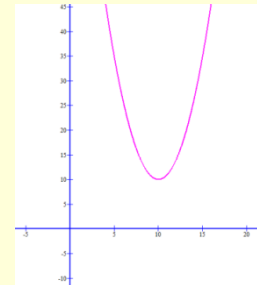
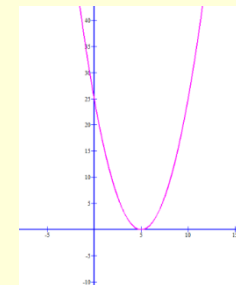
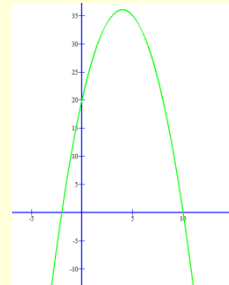
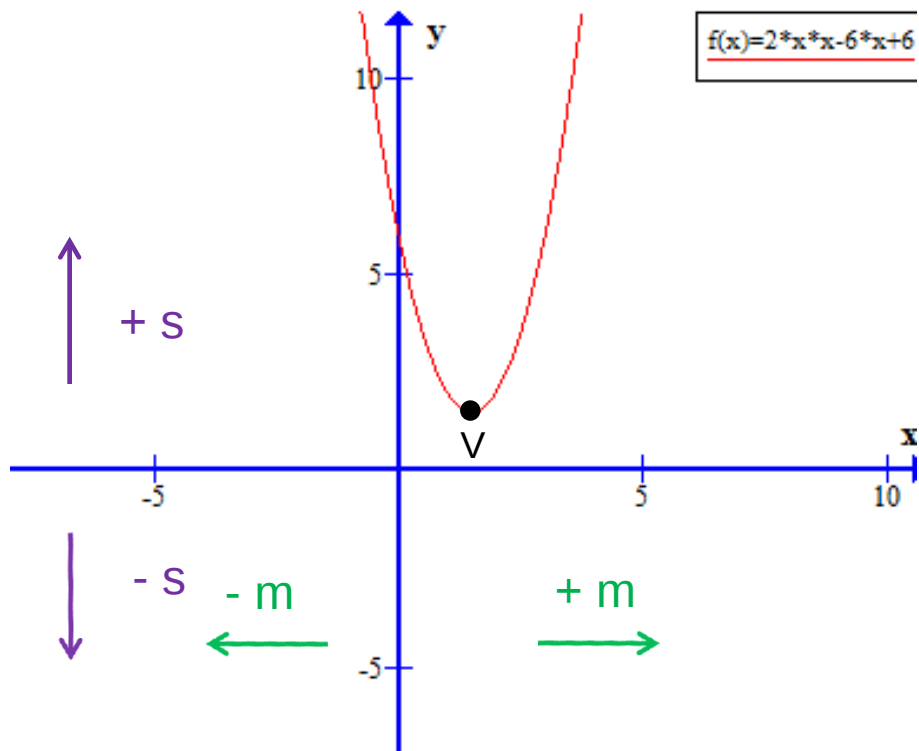


a - ovplyvní strmosť funkcie
 $-a$ - orientácia funkcie

Grafom je parabola. $D(f) = \mathbb{R}$

Elementárne funkcie

Kvadratická funkcia $y = ax^2 + bx + c$



$D > 0$, **dva** priesečníky: x_1, x_2

$D = 0$, **jeden** priesečník: $x_1 = x_2$

$D < 0$, **nemá** priesečníky s osou x

$$y = ax^2 + bx + c \rightarrow y = a(x - m)^2 + s$$

Vrchol paraboly: $V(m, s)$

m – posun na osi x

s – posun na osi y

Pr. 4: Načrtnite grafy funkcií:

a) $y = 4x^2$ dú

b) $y = (x - 1)^2$

c) $y = -(x + 3)^2$

d) $y = -3x^2 - 6x + 2$

e) $y = x^2 - 2x + 2$

f) $y = (x + 2)^2$ dú

g) $y = x^2 - 4x - 5$ dú

Správnosť nakreslenia grafov z dú si môžete overiť pomocou grafov SageMath, návod nájdete na predposlednej snímke.

Postup pri zostrojovaní grafu:

1. Určiť $D(f)$.
2. Určiť súradnice vrcholu V (m , s .)
3. Vypočítať priesečníky s osou X (zvolíme $y = 0$) pomocou diskriminantu, ak nemá priesečníky zvolíme dva body z $D(f)$ a vypočítame y .
4. Vypočítať priesečník s osou Y (zvolíme $x = 0$).
5. viesť parabolu cez vrchol a určené priesečníky s osami.

2. c) $y = -(x + 3)^2$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

súradnice vrcholu **V** (m , s)

$$V(-3, 0)$$

priesečník s osou x :

$$D = (-6)^2 - [4 \cdot (-1) \cdot (-9)] = 0$$

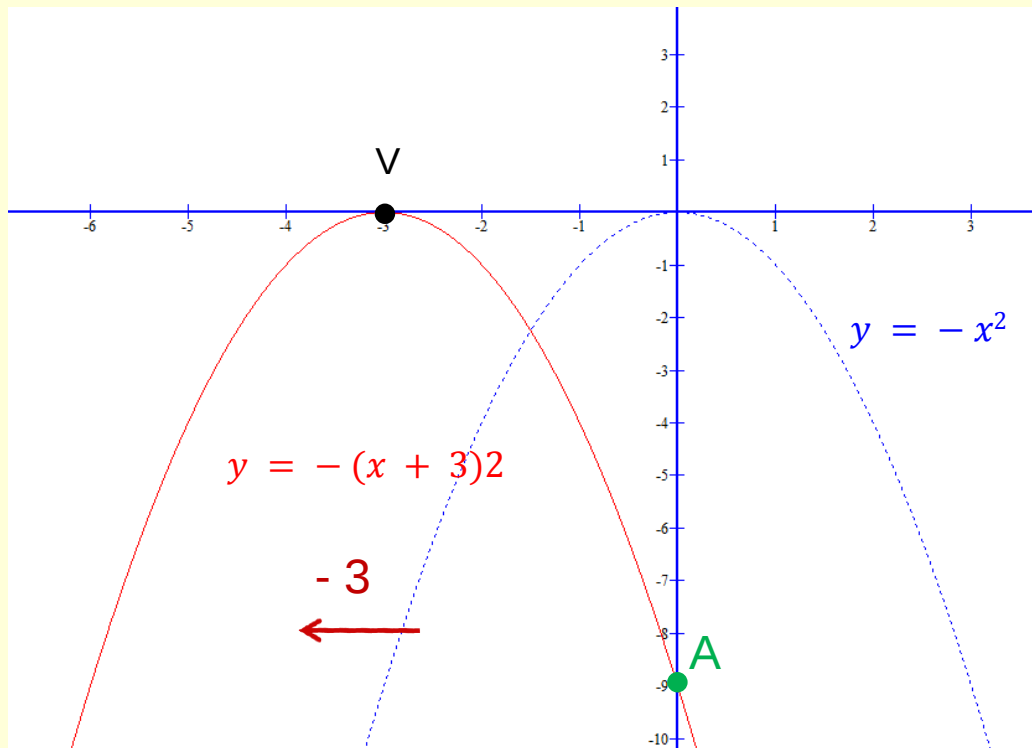
má jeden vo vrchole V

priesečník s osou y : $x = 0$

$$y = -(0 + 3)^2 = -9$$

$$y = -9$$

$$A: x = 0, y = -9$$



Poznámka: $a = -1 < 0$, parabola otočená nadol (smutná), $m = -3$, posun paraboly v smere $-x$

2. e) $y = x^2 - 2x + 2$

$D(f) = \mathbb{R}$

vrchol:

$$y = x^2 - 2x + 2$$

$$y = (x - 1)^2 + 2 - 1$$

$$y = (x - 1)^2 + 1$$

$$V(1,1)$$

priesečník s osou y :

$$x = 0$$

$$y = 0^2 - 2 \cdot 0 + 2$$

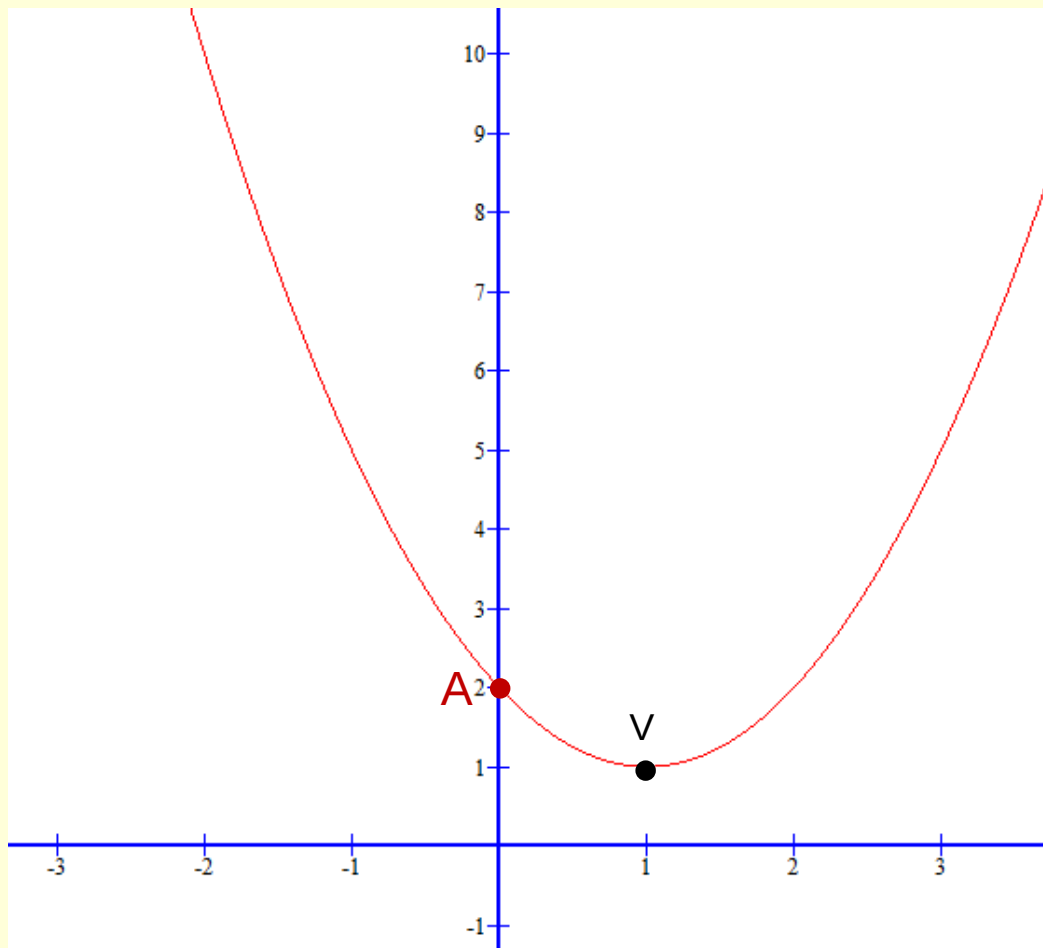
$$y = 2$$

A: $x = 0, y = 2$

priesečníky s osou x :

nemá priesečníky s osou x

$D < 0$ (z polohy V vyplýva, že diskriminant nemusíme počítat')



Na stránke <https://feimat.azurewebsites.net> kde sa prihláste ako **Host'**.
Otvorte si časť **Definičný obor funkcie – čítať viac.**

Definičný obor funkcie MAT1

5/18/2025

MATEMATIKA I v príkladoch FEI Blanka Baculiková – Anna Grinčová

Návod na použitie Sage pri riešení úloh

1. nakopírujte kód z ľavej lišty (Copy d.o.f) a vložte do okna SageMath kód
2. pre zobrazenie riešenia stlačte Evaluate (zobrazí sa riešenie pre 1. úlohu)
3. pre zobrazenie riešenia úloh 2 - 62 vložte do bunky $f(x)$ rovnicu upravenú pre Sage

poznámka: ak sa Vám nezobrazí celý graf danej funkcie zmeňte oblasť zobrazenia súradníc pomocou x_{min} , x_{max} , y_{min} , y_{max}

Definičný obor funkcie je množina všetkých hodnôt premenných x , ku ktorým funkcia priradí aspoň jednu hodnotu y .

Pri hľadaní definičného oboru funkcie je potrebné najčastejšie vziať do úvahy, že:

- menovateľ zlomku sa nesmie rovnať nule
- výraz pod párnou odmocninou musí byť' nezáporný
- Pri logaritmickej funkcii $y = \log_a x$ máme dve podmienky:

SageMath kód

1

3. Evaluate

zváženie priestoru pre zobrazenie grafu

SageMath kód

```
111 P += plot(f_sage, (x, a, b), ymin=ymin, yma
112 if show_asym:
113 for a in _vert_asymptotes(f_sage):
114 if xmin <= a <= xmax:
115 P += line([(a, ymin), (a, ymax)], c
116 show(LatexExpr(r"\displaystyle f(x) = %s" % sp.
117 show(LatexExpr(r"\displaystyle D_f;=\;%s" % _p
118 show(P)
119
```

Evaluate

Share

4. $f(x) = \sqrt{2 + x - x^2}$

x min -4.0000000000000000

x max 8.0000000000000000

y min -4.0000000000000000

Skryť prvky menu

Návod na použitie Sage pri zobrazení grafov:

- nakopírujte kód z ľavej lišty (Copy d.o.f) a vložte do okna SageMath kód
- pre zobrazenie riešenia stlačte Evaluate (zobrazí sa riešenie pre 1. úlohu)
- pre **zobrazenie grafov z dŭ** vložte do bunky $f(x)$ rovnicu upravenú pre Sage, stlačte Enter na klávesnici
- priestor pre SageMath kód a grafy si zvážite pomocou sivého posuvníka

Poznámka: ak sa Vám nezobrazí celý graf danej funkcie zmeňte oblasť zobrazenia súradníc pomocou x_{min} , x_{max} , y_{min} , y_{max}

Zápis funkcií v Sage kóde: na d'alšej snímke

Zápis funkcií v Sage kóde:

<u>lineárna funkcia:</u>	$a*x+b$	napr: $5*x-8$
<u>kvadratická funkcia:</u>	$a*x^2+b*x+c$	napr. $2*x^2-3*x+5$
<u>mocninová funkcia:</u>	$a*x^n$	napr. $0.5*x^3$
<u>gonimetrická funkcia:</u>	$\sin(x)$, $\cos(x)$	napr. $\sin(x*x)$
<u>lomená funkcia:</u>	$(a*x+b)/(c*x+d)$	napr. $(2*x)/(5*x-1)$
<u>logaritmická funkcia:</u>	$\log(x, \text{základ})$	napr. $\log(x, 0.5)$
<u>exponenciálna funkcia:</u>	a^x	napr. 3^x
<u>funkcia arcsin , arccos:</u>	$\text{asin}(x)$, $\text{acos}(x)$	napr. $5*x-8$