

RIEŠENIE SÚSTAV LINEÁRNYCH ROVNÍČ POMOČOU CRAMEROVHO PRAVIDLA

- POUŽITEĽNÉ IBA PRE SÚSTAVY m ROVNÍČ S m NEZNÁMYMI (ROVNAKÝ POČET ROVNÍČ AKO NEZNÁMYCH)
- POUŽITEĽNÉ IBA V PRÍPADE, ŽE SÚSTAVA MÁ **PRÁVE JEDNO RIEŠENIE** (TO SI MUSÍME OVERIŤ) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ MÄTICA SÚSTAVY A MUSÍ BYŤ **REGULÄRNA** ($|A| \neq 0$)

- PRI RIEŠENÍ SÚSTAVY SA POUŽÍVA VÝPOČET DETERMINANTOV

PRÍPAD $m = 2$:

$$\text{MÄME SÚSTAVU ROVNÍČ} \quad \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &= b_2 \end{aligned}$$

$$\text{OZNAČME } D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0 \quad (\text{MÄTICA SÚSTAVY JE REGULÄRNA})$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} \quad ; \quad D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$$

V DETERMINANTE D
NAHRADÍME 1. STÄPEČ
STÄPEČOM PRÄVÝCH STRÄN

V DETERMINANTE D
NAHRADÍME 2. STÄPEČ
STÄPEČOM PRÄVÝCH STRÄN

POTOM RIEŠENIE SÚSTAVY JE VEKTOR $\bar{x} = (x_1, x_2)^T$, PRIČOM

$$x_1 = \frac{D_1}{D} \quad ; \quad x_2 = \frac{D_2}{D}$$

PRÍKLAD: POMOČOU CRAMEROVHO PRAVIDLA RIEŠME SÚSTAVU LIN. ROVNÍČ

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 &= 7 \\ -5x_1 + 2x_2 &= -12 \end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - (-3) \cdot (-5) = 4 - 15 = -11 \neq 0 \quad (A \text{ JE REGULÄRNA})$$

$$\begin{aligned} D_1 &= \begin{vmatrix} 7 & -3 \\ -12 & 2 \end{vmatrix} = 14 - 36 = -22 & \Rightarrow x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-22}{-11} = 2 \\ D_2 &= \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ -5 & -12 \end{vmatrix} = -24 + 35 = 11 & \Rightarrow x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{11}{-11} = -1 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} D_1 \\ D_2 \end{aligned}} \right\} \bar{x} = (2, -1)^T$$

PRÍKLAD: POMOČOU CRAMEROVHO PRAVIDLA RIEŠME SÚSTAVU LIN. ROVNÍČ

$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 &= 2 \\ -2x_1 + 6x_2 &= 3 \end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 6 \end{vmatrix} = 6 - 6 = 0 \quad \Rightarrow \text{CRAMEROVO PRAVIDLO JE NEPOUŽÍTEĽNÉ}$$

SÚSTAVU MUSÍME RIEŠIŤ POMOČOU ĎALŠOU METÓDOU
DANÄ SÚSTAVA MÁ ∞ RIEŠENÍ
ALEBO ŽIADNE RIEŠENIE

PRÍPAD $m = 3$:

$$\text{MÄME SÚSTAVU ROVNÍČ} \quad \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= b_3 \end{aligned}$$

$$\text{OZNAČME } D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0 \quad (A \text{ JE REGULÄRNA})$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad ; \quad D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix} \quad ; \quad D_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

POTOM RIEŠENIE SÚSTAVY JE $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$; KDE $x_1 = \frac{D_1}{D}$; $x_2 = \frac{D_2}{D}$; $x_3 = \frac{D_3}{D}$

PRÍKLAD: POMOČOU CRAMEROVHO PRAVIDLA RIEŠME SÚSTAVU

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 &= 7 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 &= 8 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 &= 1 \end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1 - 8 - 3) - (6 - 2 + 2) = -18 \neq 0 \quad (A \text{ - REGULÄRNA})$$

$$\begin{aligned} D_1 &= \begin{vmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 8 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -36 & \Rightarrow x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-36}{-18} = 2 \\ D_2 &= \begin{vmatrix} 1 & 7 & 2 \\ 2 & 8 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -18 & \Rightarrow x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{-18}{-18} = 1 \\ D_3 &= \begin{vmatrix} 1 & -1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -54 & \Rightarrow x_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{-54}{-18} = 3 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{aligned}} \right\} \bar{x} = (2, 1, 3)^T$$

$$|z|(\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad ; \quad |z| = 32$$

$$\varphi = 5\pi/4$$

$$32(\cos \frac{5}{4}\pi + i \sin \frac{5}{4}\pi)$$

$$\Rightarrow 32 * (\cos(5/4 * \pi) + i * \sin(5/4 * \pi))$$

$$2^5 = 2^5$$

REAL. ZÄL 3

... 3 - 5i IMAG. ZÄL -5

$$A^{-1} = B$$

$$a_{32} = \frac{1}{A} \cdot a_{32} = \frac{3}{5}$$

$$B = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{a_{11}}{|A|} & \frac{a_{21}}{|A|} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$