

METÓDA ŠPECIÁLNEJ PRAVEJ STRANY

$$(2) \quad y''(x) + p y'(x) + q y(x) = f(x)$$

$$(1) \quad y'' + p y' + q y = 0$$

? $y_1(x), y_2(x)$ LN rieš?

$$\text{CHR: } \lambda^2 + p\lambda + q = 0$$

$$y = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) + P(x)$$

Možnosť ako určiť $P(x)$ rieš (2)

Pr.

$$y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) = x^2 + x + 1$$

$$\text{CHR: } \lambda^2 + 2\lambda + 2 = 0$$

$\Delta = 0$ nie je žiadny CHR
0 - rôz. žiadny CHR

TIP na $P(x)$

je evidentné, že nemôže byť žiadny tvar $P(x) = \sin x$

čo si myslíme a hľadáme na LČ DR nevyužívame polynóm PS

Ak PS je polynóm, tak budeme hľadať $P(x)$ v tvare polynóm

LČ $\begin{cases} P(x) \\ P'(x) \\ P''(x) \end{cases}$ tiež polynóm

Skutočne TIP

DOHADÍME
A UVIDÍME

$$\begin{cases} P(x) = Ax^2 + Bx + C \\ P'(x) = 2Ax + B \\ P''(x) = 2A \end{cases}$$

(logika PS - polynóm 2. stupňa
dada aj rovnica by mohol byť 2. st.)

$$2A + 2(2Ax + B) + 2(Ax^2 + Bx + C) = 1x^2 + 1x + 1$$

DAĽŠÍ POSTUP JE ROVNAKÝ!

AKO PRI ROZKLADĚ NA PARC. ZLOMOK

$$x^2: 2A = 1 \Rightarrow A = 1/2$$

Nášli sme riešenie

$$P(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$x: 4A + 2B = 1 \Rightarrow 2 + 2B = 1 \Rightarrow B = -1/2$$

$$x^0: 2A + 2B + 2C = 1 \quad 1 - 1 + 2C = 1$$

$$C = 1/2$$

USPEŠI SME - HĽADALI SME RIEŠENIE DR V ROVNAKOM TVARE AKO JE PS.

UŠŤOVÁ PRE ŠPECIÁLNE PRÍPADY PS

$$I. \quad S(x) = e^{\alpha x} P_n(x)$$

α, n
v
o
d

polynóm n-ého
stupňa

(ak $\Delta = 0$ & $P_2(x) = x^2 + x + 1$ môžeme použiť príklad)

PRIEČO? UVIDÍME V NASLEDUJÚCOM PRÍKLADĚ

$$P(x) = e^{\alpha x} Q_n(x) x^s, \text{ kde } \alpha \text{ je s-mnoholový žiadny CHR}$$

PRÍKLAD.

$$RIEŠTE DR: \quad y'' - 5y' + 6y = e^{2x} \cdot 5 \quad (2) \quad (\alpha = 2, \beta = 5)$$

$$1. \text{ KROK } y'' - 5y' + 6y = 0 \quad (1)$$

$$\text{CHR: } \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$$

$$(\lambda - 3)(\lambda - 2) = 0$$

$$\lambda_1 = 3 \dots y_1(x) = e^{3x}$$

$$\lambda_2 = 2 \dots y_2(x) = e^{2x}$$

$$\text{v. rieš (1)} \quad y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{2x}$$

Pre $C_2 e^{2x}$ je rieš (1)
pre $\alpha = 2, C_2 \in \mathbb{R}$

2. KROK

$$P(x) = e^{2x} A$$

MŮJ PRVÝ TIP NA RIEŠ.

TO TO MOŽE BYŤ RIEŠENIE (2) (ČERVENÝ)

LEBO TO JE RIEŠENIE (1)

AK SI TO NEVŠIMÁME

$$P' = 2A e^{2x}$$

$$P'' = 4A e^{2x}$$

$$4A e^{2x} - 5 \cdot 2A e^{2x} + 6A e^{2x} = 5e^{2x}$$

$$0 = 5e^{2x}$$

$$0 = f(x)$$

SPORÁVA' ROZUČIA A VIDEJ, ŽE
VOČEBA PM ZLOA ZLOA

OPRAVA

$$P(x) = A e^{2x} x^1, \text{ lebo } 2 \text{ je 1-mnoholový žiadny CHR}$$

$$P'(x) = 2A e^{2x} x + A e^{2x}$$

$$P''(x) = 4A e^{2x} x + 2A e^{2x}$$

$$\begin{aligned} & 4A e^{2x} x + 2A e^{2x} - 5(2A e^{2x} x + A e^{2x}) + 6A e^{2x} x = 5e^{2x} \\ & 4A e^{2x} x + 2A e^{2x} - 10A e^{2x} x - 5A e^{2x} + 6A e^{2x} x = 5e^{2x} \end{aligned}$$

$$P(x) = -5x e^{2x}$$

Zobera v. rieš

$$y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{2x} - 5x e^{2x}$$

$$II. \quad S(x) = e^{\alpha x} \left[\frac{A}{\beta} \cos(\beta x) + \frac{B}{\beta} \sin(\beta x) \right] \quad A, B \in \mathbb{R}$$

α, β
v
o
d

$$P(x) = e^{\alpha x} \left[C \cos(\beta x) + D \sin(\beta x) \right] x^s$$

ak $\alpha + i\beta$ je s-mnoholový žiadny CHR

pre $\alpha = 0$ bud $\alpha = 0$ alebo $\alpha = 1$

Pr. Riešte

$$y'' - 5y' + 6y = 48 \cos 3x + 0 \sin 3x$$

FORMULÁRE

$$P(x) = ? \quad \text{Teda } \alpha = 0, A = 48, B = 0$$

$$P(x) = C \cos 3x + D \sin 3x$$

$0 + 3i$ je žiadny CHR

NIE

$$P'(x) = -3C \sin 3x + 3D \cos 3x$$

$$P''(x) = -9C \cos 3x - 9D \sin 3x$$

$$\begin{aligned} & -9C \cos 3x - 9D \sin 3x - 5(-3C \sin 3x + 3D \cos 3x) + 6(C \cos 3x + D \sin 3x) = 48 \cos 3x + 0 \sin 3x \\ & -9C \cos 3x - 9D \sin 3x + 15C \sin 3x - 15D \cos 3x + 6C \cos 3x + 6D \sin 3x = 48 \cos 3x \end{aligned}$$

Postupujeme analog. ako pri P2

$$\cos 3x: -9C - 15D + 6C = 48$$

$$\sin 3x: -9D + 15C + 6D = 0$$

$$P(x) = -\cos 3x - 5 \sin 3x$$

$$-3C - 15D = 48 \quad D = -5$$

$$-3D + 15C = 0 \quad D = 5C$$

$$-3C - 15C = 48 \Rightarrow C = -1$$