

PRÍKLAD: POMOCOU GEM RIEŠME SÚSTAVU LIN. ROVNÍC

$$\begin{aligned} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 5x_4 &= 3 \\ 7x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 &= 2 \\ -4x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 2x_4 &= -5 \\ 6x_1 + 10x_2 + 9x_4 &= 1 \end{aligned} \Rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 4 & 2 & 5 & 3 \\ 7 & 3 & 1 & 2 & 2 \\ -4 & 3 & -3 & 2 & -5 \\ 6 & 10 & 0 & 9 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{+R_3} \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 7 & -1 & 7 & -2 \\ 7 & 3 & 1 & 2 & 2 \\ -4 & 3 & -3 & 2 & -5 \\ 6 & 10 & 0 & 9 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{+7R_1 \\ -4R_1 \\ +6R_1}} \sim$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 7 & -1 & 7 & -2 \\ 0 & 52 & -6 & 51 & -12 \\ 0 & -25 & 1 & -26 & 3 \\ 0 & 52 & -6 & 51 & -11 \end{array} \right) \xrightarrow{-R_2} \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 7 & -1 & 7 & -2 \\ 0 & 52 & -6 & 51 & -12 \\ 0 & -25 & 1 & -26 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\cdot 52 + 25R_2} \sim \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 7 & -1 & 7 & -2 \\ 0 & 52 & -6 & 51 & -12 \\ 0 & 0 & -98 & -77 & -144 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

SPORNÝ RIADOK: $0=1$!

$$\left. \begin{aligned} h(A) &= 3 \\ h(\bar{A}) &= 4 \end{aligned} \right\} h(A) \neq h(\bar{A}) \Rightarrow \text{SÚSTAVA NEMÁ RIEŠENIE}$$

PRÍKLAD: POMOCOU GEM RIEŠME SÚSTAVU LIN. ROVNÍC

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 &= 1 \\ -x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 &= 3 \end{aligned} \Rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & -3 & 3 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{-2R_1 \\ -3R_1}} \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & -3 \end{array} \right) \xrightarrow{-R_2} \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{A \\ \bar{A}}}$$

$$\left. \begin{aligned} h(A) &= 3 \\ h(\bar{A}) &= 3 \end{aligned} \right\} \text{SÚST. MÁ RIEŠ.} \quad \left. \begin{aligned} h(A) &= h(\bar{A}) < n \\ n &= 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{SÚSTAVA MÁ } \infty \text{ VEĽA RIEŠENÍ}$$

POČET NEZNÁMYCH $\downarrow$ POČET VOĽNÝCH PREMENNÝCH (PARAMETROV)

$n - h(A) = 4 - 3 = 1$ PARAMETER

$$2x_3 + x_4 = 3$$

$$\text{NECH } x_3 = t; t \in \mathbb{R} \\ 2 \cdot t + x_4 = 3 \\ x_4 = 3 - 2t$$

$$-x_2 - 3x_3 = -3 \\ -x_2 - 3t = -3 \\ x_2 = 3 - 3t$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 + (3 - 3t) + 2t - (3 - 2t) = 2 \\ x_1 = 2 - t$$

$$\bar{x} = (2 - t; 3 - 3t; t; 3 - 2t)^T; t \in \mathbb{R}$$

$$\text{NAPR.: } t=0 \Rightarrow \bar{x} = (2, 3, 0, 3)^T \\ t=1 \Rightarrow \bar{x} = (1, 0, 1, 1)^T \\ \vdots$$

PRÍKLAD: POMOCOU GEM RIEŠME SÚST. LIN. ROVNÍC

$$\begin{aligned} 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 &= 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 &= 3 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 &= -7 \\ 9x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 &= 2 \end{aligned} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 6 & 4 & 5 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & -2 & 1 & 0 & -7 \\ 9 & 6 & 1 & 3 & 2 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{-2R_1 \\ -R_1 \\ -3R_1}} \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 3 & 2 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & -6 & 0 & -2 & -10 \\ 0 & 0 & -11 & 0 & -4 & -7 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{\cdot \frac{1}{2} \\ (-6) + 11R_3}} \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 3 & 2 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -68 \end{array} \right) \xrightarrow{-R_2} \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 3 & 2 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -68 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{A \\ \bar{A}}} \left(\begin{array}{ccccc|c} 3 & 2 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -68 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\left. \begin{aligned} h(A) &= 3 \\ h(\bar{A}) &= 3 \end{aligned} \right\} \text{SÚST. MÁ RIEŠ.} \quad \left. \begin{aligned} h(A) &= h(\bar{A}) < n \\ n &= 5 \end{aligned} \right\} \text{SÚST. MÁ } \infty \text{ VEĽA RIEŠENÍ}$$

$n - h(A) = 5 - 3 = 2$ PARAMETRE

$$2x_5 = -68 \\ x_5 = -34$$

$$-3x_3 - x_5 = -5 \\ -3x_3 + 34 = -5 \\ x_3 = 13$$

$$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 52 + x_4 - 68 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_4 = 19 \\ \text{NECH } x_1 = t; t \in \mathbb{R} \\ x_2 = s; s \in \mathbb{R} \\ 3t + 2s + x_4 = 19 \\ x_4 = 19 - 3t - 2s$$

$$\bar{x} = (t; s; 13; 19 - 3t - 2s; -34)^T$$