

GAaDO

Prehľadávanie grafov

Technická univerzita v Košiciach



2025–2026

Medzi najznámejšie a najviac využívané prehľadávacie algoritmy patrí:

- Terryho prieskum grafov,

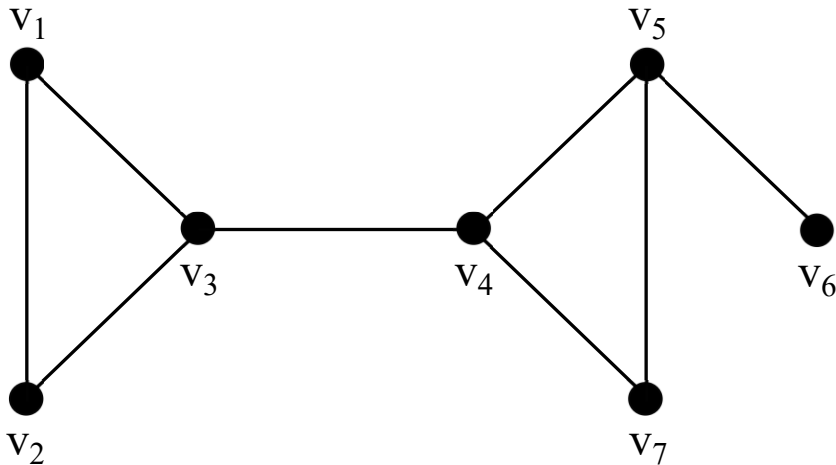
Medzi najznámejšie a najviac využívané prehľadávacie algoritmy patrí:

- Terryho prieskum grafov,
- Prehľadávanie do hĺbky,

Medzi najznámejšie a najviac využívané prehľadávacie algoritmy patrí:

- Terryho prieskum grafov,
- Prehľadávanie do hĺbky,
- Prehľadávanie do šírky.

Terryho prieskum grafov



Terryho algoritmus

- **Krok 1.** Začni z ľubovoľného $s \in V$, polož $u := s$, $T := u$.

Terryho algoritmus

- **Krok 1.** Začni z ľubovoľného $s \in V$, polož $u := s$, $T := u$.
- **Krok 2.** Vyber k poslednému u sledu T hranu uv podľa pravidiel T1, T2 a zaraď ju do T . Zaznač jej smer. Ak vrchol v ešte nebol zaradený do T , označ hranu uv ako hranu prvého príchodu. Pri výbere hrany dodržiuj nasledujúce pravidlá:

Terryho algoritmus

- **Krok 1.** Začni z ľubovoľného $s \in V$, polož $u := s$, $T := u$.
- **Krok 2.** Vyber k poslednému u sledu T hranu uv podľa pravidiel T1, T2 a zaraď ju do T . Zaznač jej smer. Ak vrchol v ešte nebol zaradený do T , označ hranu uv ako hranu prvého príchodu. Pri výbere hrany dodržiuj nasledujúce pravidlá:
T1: Každú hranu možno v jednom smere použiť iba raz.

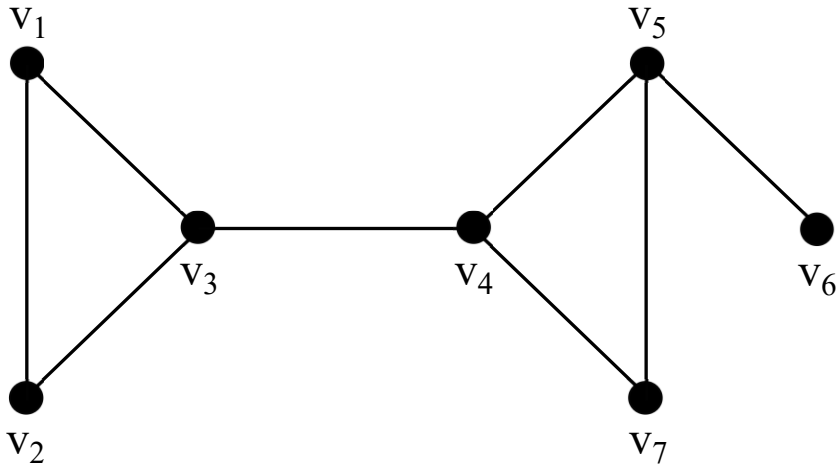
Terryho algoritmus

- **Krok 1.** Začni z ľubovoľného $s \in V$, polož $u := s$, $T := u$.
- **Krok 2.** Vyber k poslednému u sledu T hranu uv podľa pravidiel T1, T2 a zaraď ju do T . Zaznač jej smer. Ak vrchol v ešte nebol zaradený do T , označ hranu uv ako hranu prvého príchodu. Pri výbere hrany dodržiuj nasledujúce pravidlá:
 - T1:** Každú hranu možno v jednom smere použiť iba raz.
 - T2:** Hranu prvého príchodu možno použiť, iba ak niet inej možnosti.

Terryho algoritmus

- **Krok 1.** Začni z ľubovoľného $s \in V$, polož $u := s$, $T := u$.
- **Krok 2.** Vyber k poslednému u sledu T hranu uv podľa pravidiel T1, T2 a zaraď ju do T . Zaznač jej smer. Ak vrchol v ešte nebol zaradený do T , označ hranu uv ako hranu prvého príchodu. Pri výbere hrany dodržiuj nasledujúce pravidlá:
 - T1:** Každú hranu možno v jednom smere použiť iba raz.
 - T2:** Hranu prvého príchodu možno použiť, iba ak niet inej možnosti.
- **Krok 3.** Ak taká hrana neexistuje STOP. Inak polož $u := v$ a pokračuj Krokom 2.

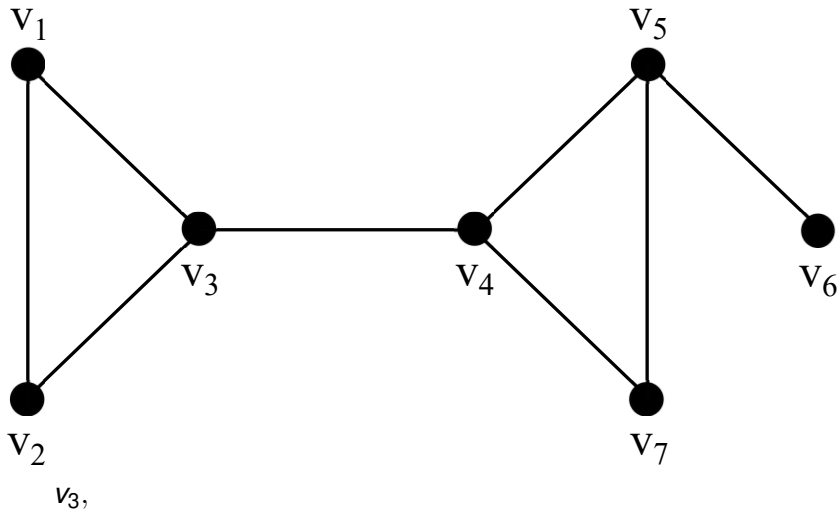
Terryho prieskum grafov



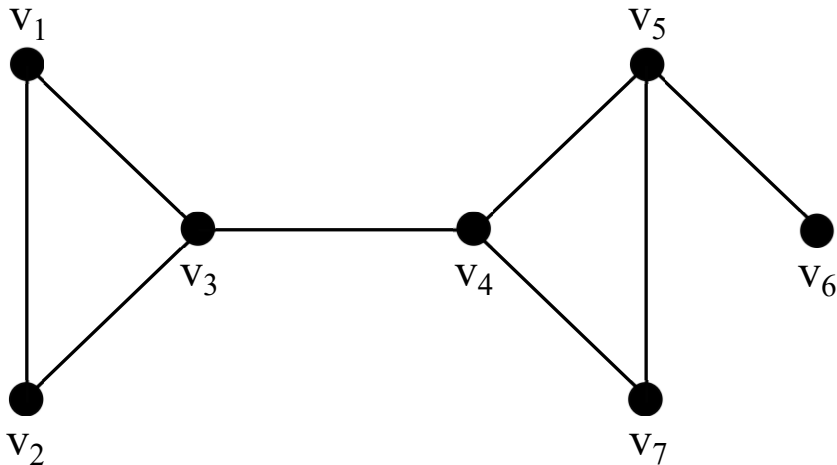
Terryho prieskum grafov

- $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$
- $H = \{v_1 v_2, v_1 v_3, v_2 v_3, v_3 v_4, v_4 v_5, v_4 v_7, v_5 v_6, v_5 v_7\}$
- Začneme vo v_3
- Ak $v_i v_j$ zaradíme do sledu a $i < j$ hovoríme, že je hrana zaradená v smere.

Terryho prieskum grafov

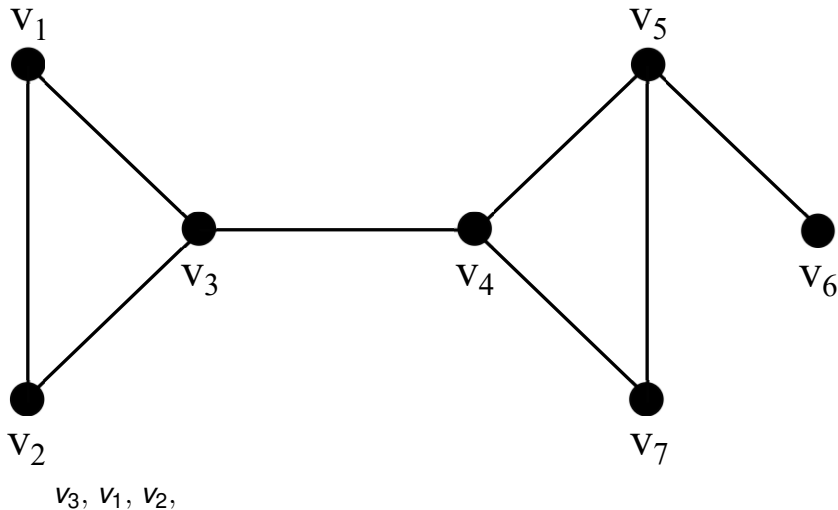


Terryho prieskum grafov

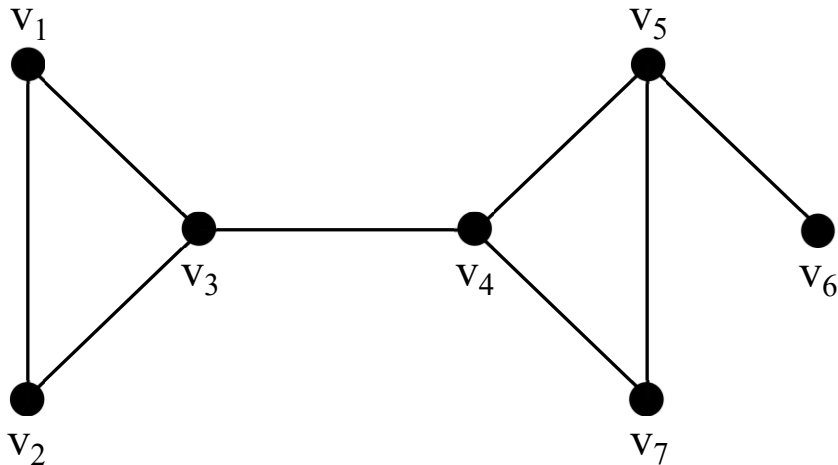


$V_3, V_1,$

Terryho prieskum grafov

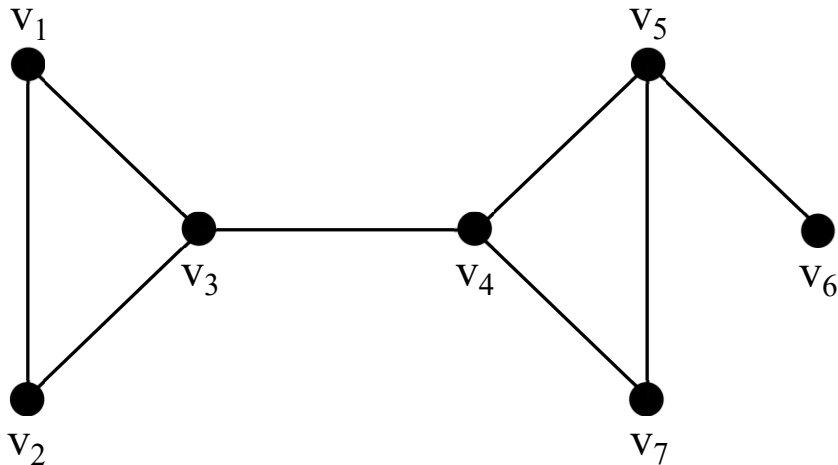


Terryho prieskum grafov



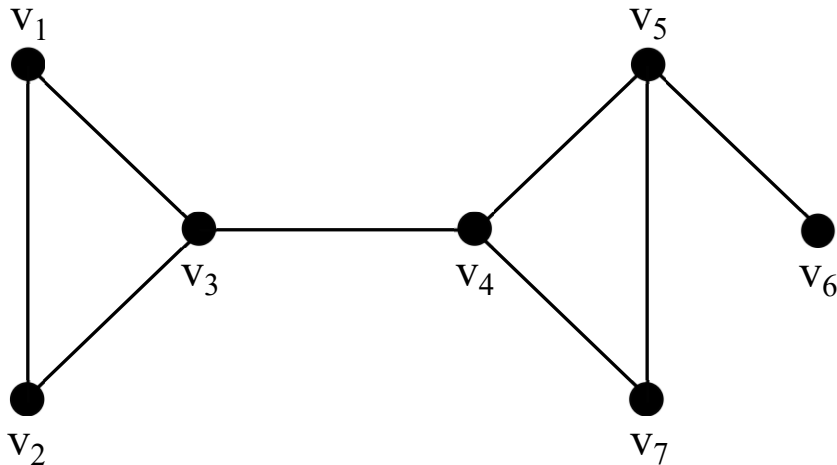
$V_3, V_1, V_2, V_3,$

Terryho prieskum grafov



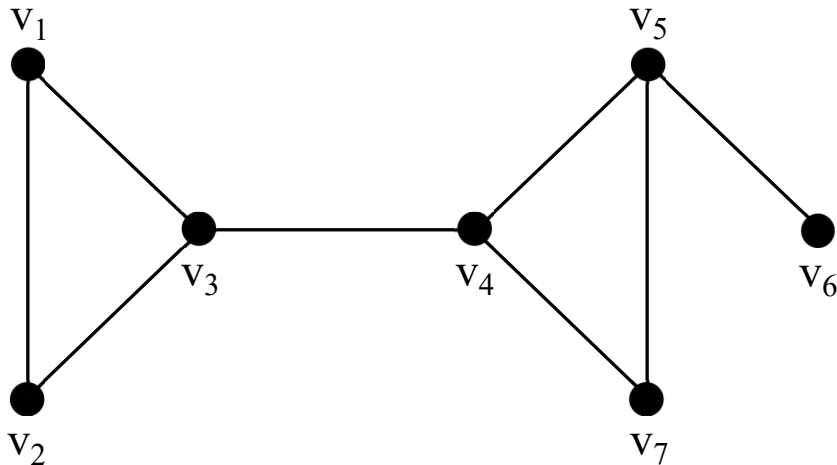
$V_3, V_1, V_2, V_3, V_2,$

Terryho prieskum grafov



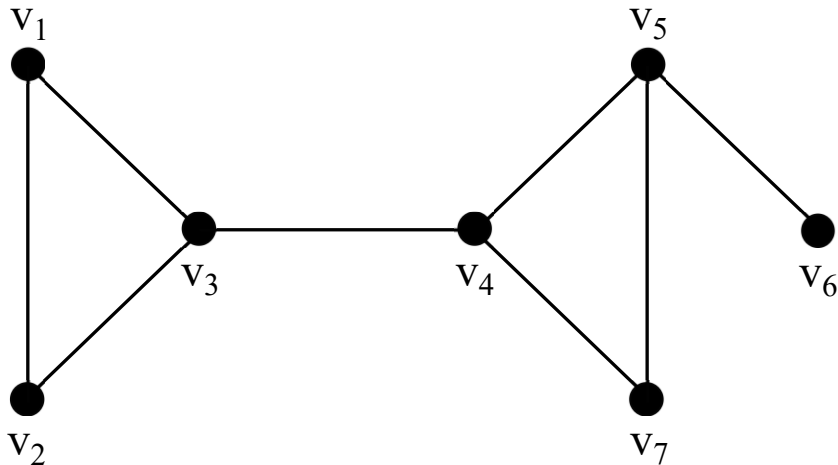
$V_3, V_1, V_2, V_3, V_2, V_1,$

Terryho prieskum grafov



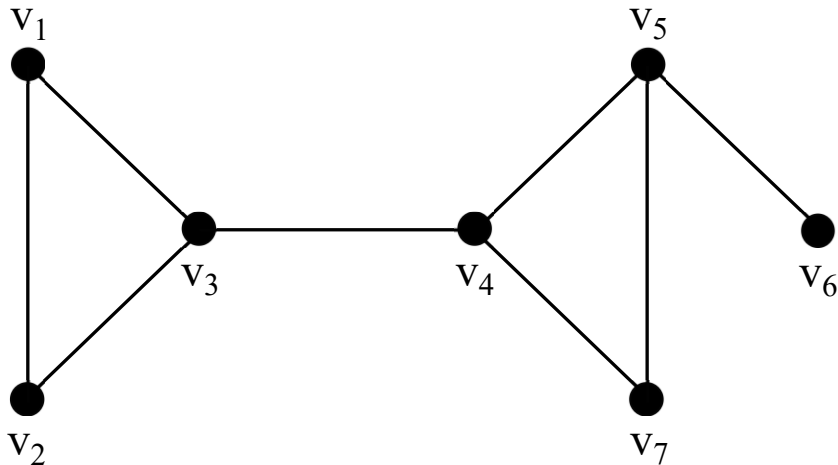
$V_3, V_1, V_2, V_3, V_2, V_1, V_3,$

Terryho prieskum grafov



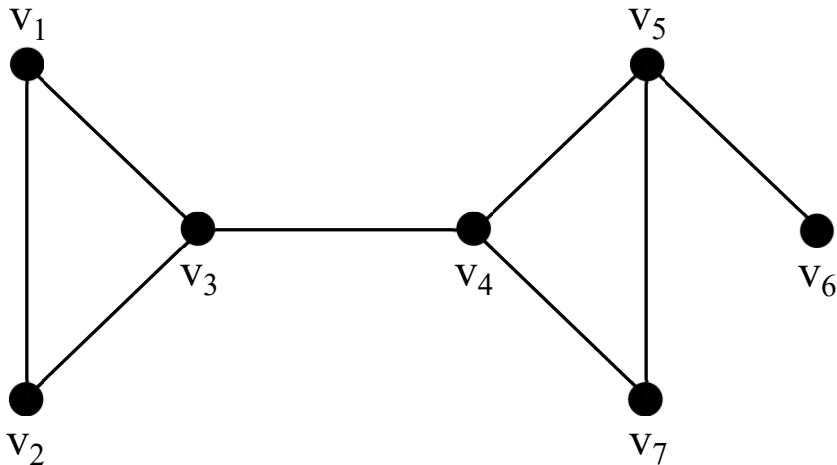
$V_3, V_1, V_2, V_3, V_2, V_1, V_3, V_4,$

Terryho prieskum grafov



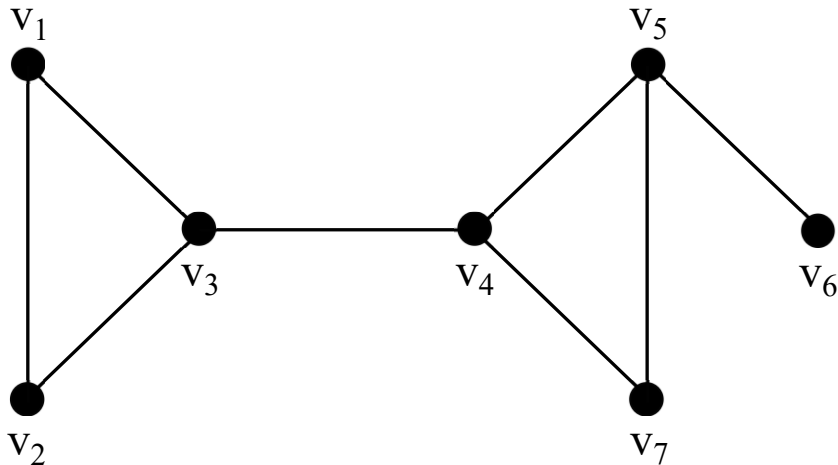
$V_3, V_1, V_2, V_3, V_2, V_1, V_3, V_4, V_5,$

Terryho prieskum grafov



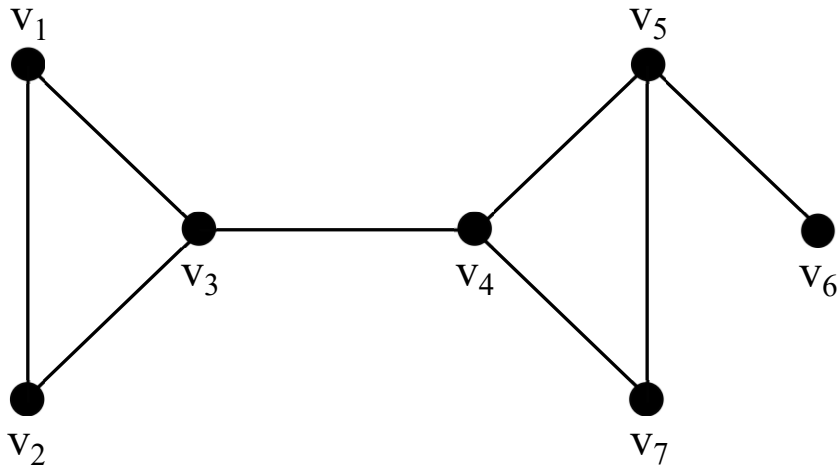
$V_3, V_1, V_2, V_3, V_2, V_1, V_3, V_4, V_5, V_6,$

Terryho prieskum grafov



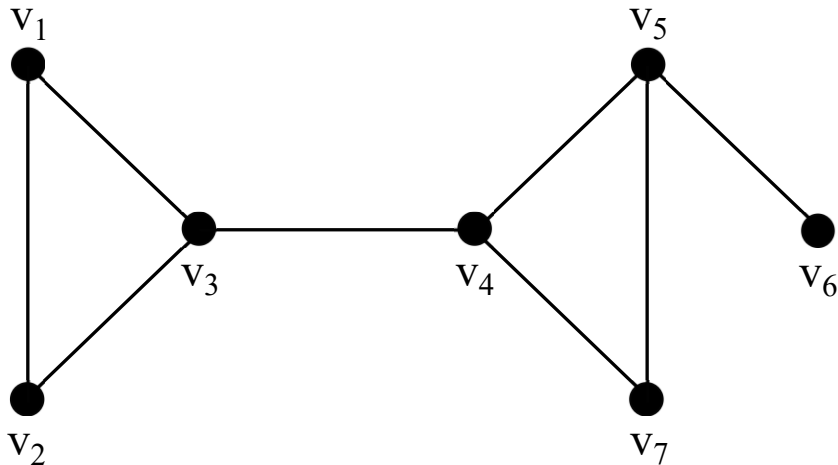
$V_3, V_1, V_2, V_3, V_2, V_1, V_3, V_4, V_5, V_6, V_5,$

Terryho prieskum grafov



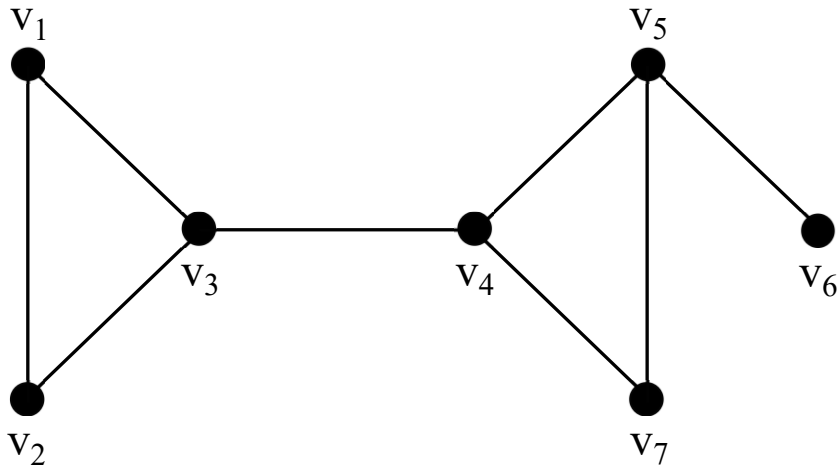
$V_3, V_1, V_2, V_3, V_2, V_1, V_3, V_4, V_5, V_6, V_5, V_7,$

Terryho prieskum grafov



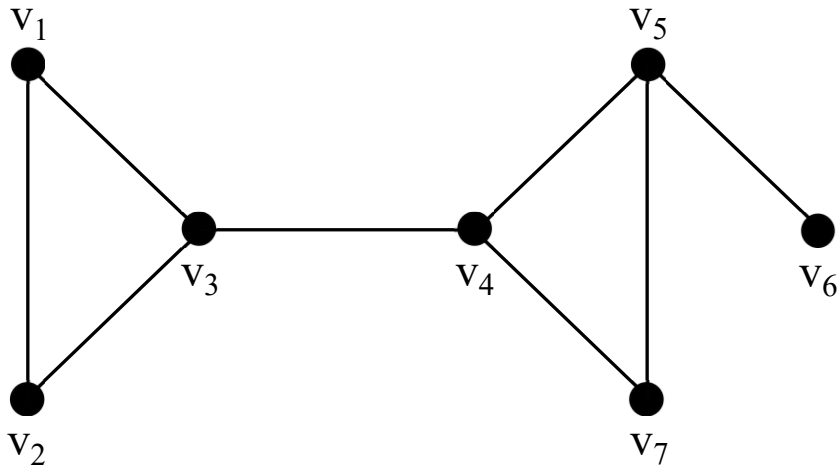
$V_3, V_1, V_2, V_3, V_2, V_1, V_3, V_4, V_5, V_6, V_5, V_7, V_4,$

Terryho prieskum grafov



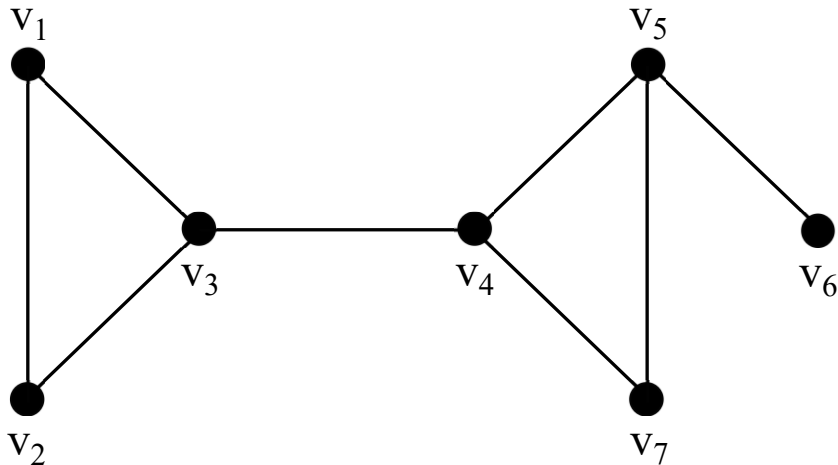
$V_3, V_1, V_2, V_3, V_2, V_1, V_3, V_4, V_5, V_6, V_5, V_7, V_4, V_7,$

Terryho prieskum grafov



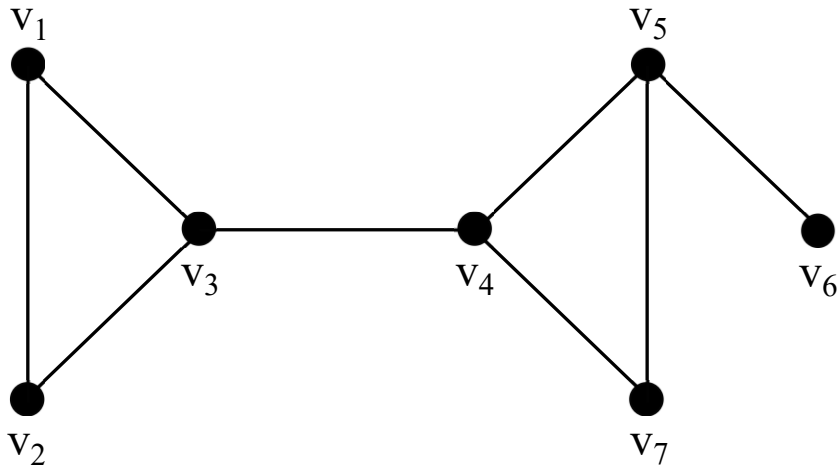
$V_3, V_1, V_2, V_3, V_2, V_1, V_3, V_4, V_5, V_6, V_5, V_7, V_4, V_7, V_5,$

Terryho prieskum grafov



$V_3, V_1, V_2, V_3, V_2, V_1, V_3, V_4, V_5, V_6, V_5, V_7, V_4, V_7, V_5, V_4,$

Terryho prieskum grafov



$V_3, V_1, V_2, V_3, V_2, V_1, V_3, V_4, V_5, V_6, V_5, V_7, V_4, V_7, V_5, V_4, V_3$

Zložitosť Terryho algoritmu:

- Krok 1 má konštantnú zložitosť,

Zložitosť Terryho algoritmu:

- Krok 1 má konštantnú zložitosť,
- V kroku 2 zakaždým musíme preskúmať maximálne m hrán. Tento krok opakujeme $2m$ -krát, keďže hľadaný sled má $2m$ prvkov, zložitosť kroku je teda m^2 ,

Zložitosť Terryho algoritmu:

- Krok 1 má konštantnú zložitosť,
- V kroku 2 za každým musíme preskúmať maximálne m hrán. Tento krok opakujeme $2m$ -krát, keďže hľadaný sled má $2m$ prvkov, zložitosť kroku je teda m^2 ,
- Zložitosť kroku 3 je opäť lineárna,

Zložitosť Terryho algoritmu:

- Krok 1 má konštantnú zložitosť,
- V kroku 2 za každým musíme preskúmať maximálne m hrán. Tento krok opakujeme $2m$ -krát, keďže hľadaný sled má $2m$ prvkov, zložitosť kroku je teda m^2 ,
- Zložitosť kroku 3 je opäť lineárna,
- celková zložitosť - $O(m^2)$.

Definícia

Nech strom $T = (V_T, H_T)$ je podgrafom grafu $G = (V, H)$. Hovoríme, že hrana $h = uv \in H$ je **hraničnou hranou**, ak $u \in V_T$ a $v \notin V_T$. Nech $h = uv$ je hraničná hrana, $u \in V_T$, $v \notin V_T$. Povieme, že u je **zaradený vrchol**, v je **voľný vrchol** hraničnej hrany h .

Prehľadávanie do hĺbky a do šírky

Prehľadávanie grafu do hĺbky (Depth-First Search - DFS) a
Prehľadávanie grafu do šírky (Breadth-First Search - BFS)

- **Krok 1.** T obsahuje len $v \in V$. Polož $p(v) := 1$, $k := 1$.
- **Krok 2.** Ak $|V(T)| \neq n$ pokračuj Krok 3. Inak STOP.
- **Krok 3.** V grafe G so stromom T nájdí hraničnú hranu $h = uv$ s **MAXIMÁLNOU** / **MINIMÁLNOU** značkou $p(u)$ zaradeného vrchola u .
- **Krok 4.** Polož $T := T \cup \{h\} \cup \{v\}$, $k := k + 1$, $p(v) := k$. Pokračuj Krok 2.

Zložitosť prehľadávajúcich algoritmov:

- Kroky 1 a 2 - lineárna zložitosť,

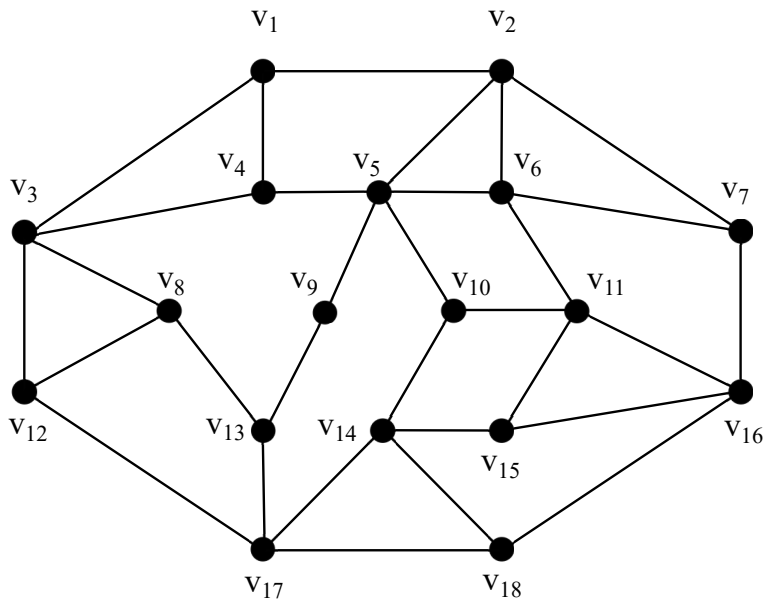
Zložitosť prehľadávajúcich algoritmov:

- Kroky 1 a 2 - lineárna zložitosť,
- Krok 3 sa opakuje n -krát, za každým preskúma všetkých $\deg_G(v)$ susedov, ktorých je maximálne n ,

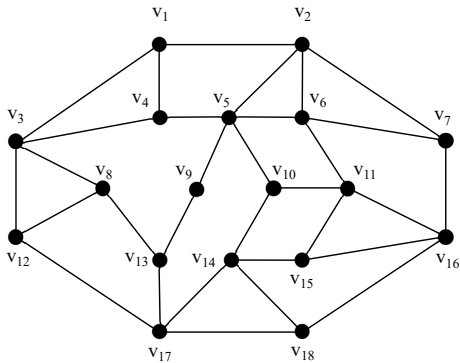
Zložitosť prehľadávajúcich algoritmov:

- Kroky 1 a 2 - lineárna zložitosť,
- Krok 3 sa opakuje n -krát, zakaždým preskúma všetkých $\deg_G(v)$ susedov, ktorých je maximálne n ,
- krok 4 má len lineárnu zložitosť,
- celková zložitosť algoritmu je
$$O(n + \sum_{v \in V} \deg_G(v)) = O(n + n^2) = O(n^2).$$

Prehľadávanie do hĺbky a do šírky

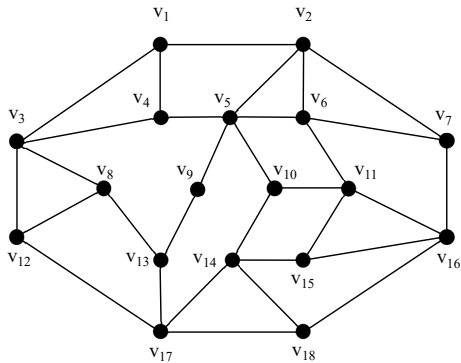


Prehľadávanie do hĺbky



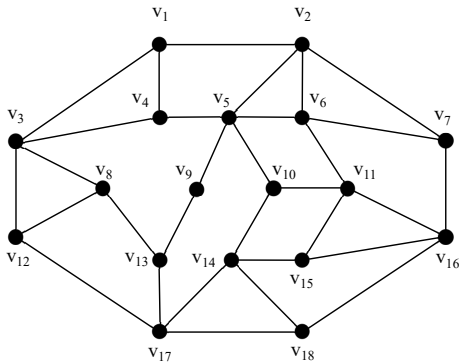
DFS: v_1 ,

Prehľadávanie do hĺbky



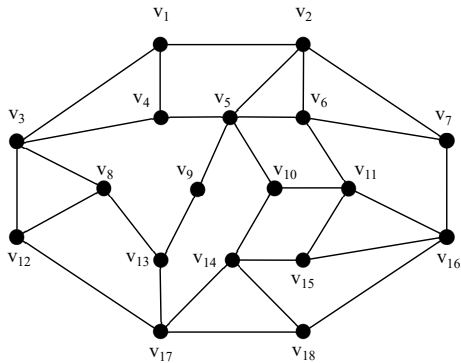
DFS: $v_1, v_2,$

Prehľadávanie do hĺbky



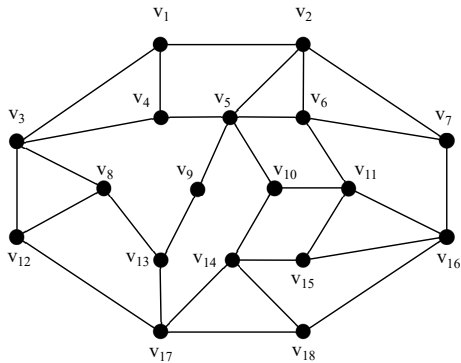
DFS: $v_1, v_2, v_5,$

Prehľadávanie do hĺbky



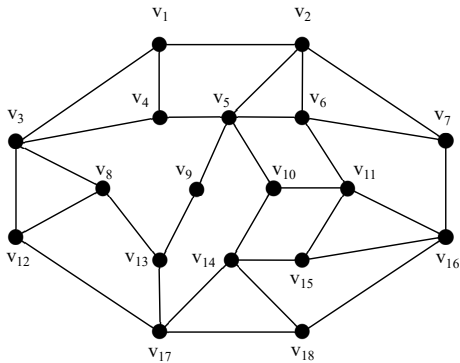
DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4,$

Prehľadávanie do hĺbky



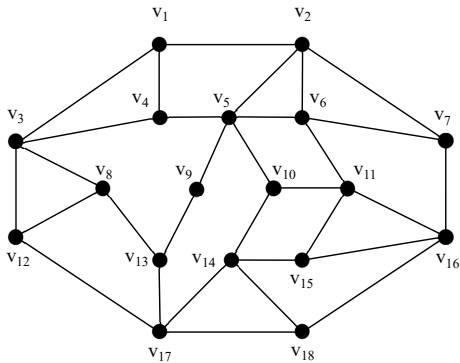
DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3,$

Prehľadávanie do hĺbky



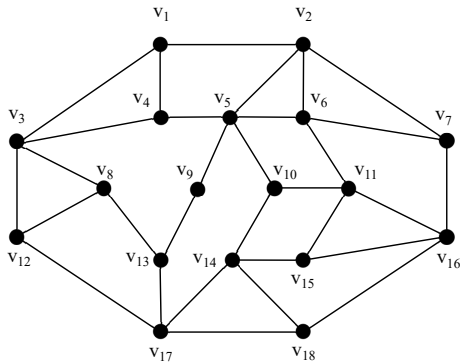
DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8,$

Prehľadávanie do hĺbky



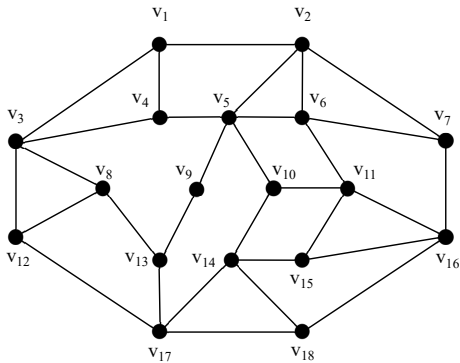
DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12},$

Prehľadávanie do hĺbky



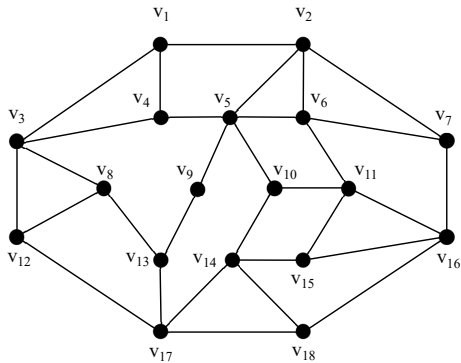
DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17},$

Prehľadávanie do hĺbky



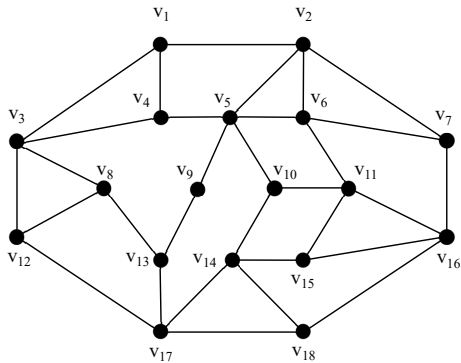
DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13},$

Prehľadávanie do hĺbky



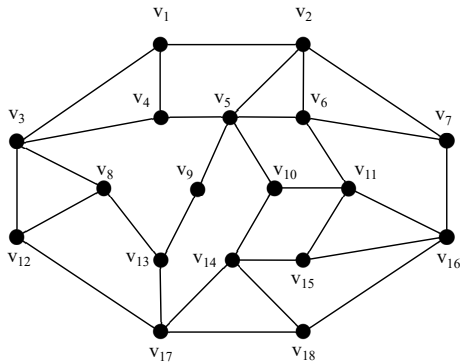
DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9,$

Prehľadávanie do hĺbky



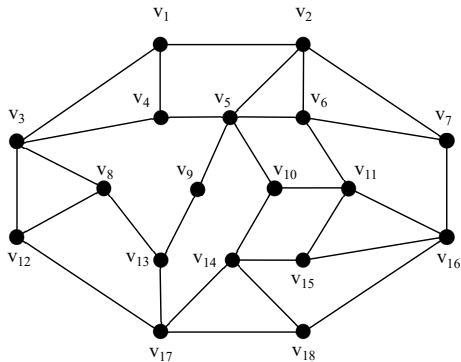
DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14},$

Prehľadávanie do hĺbky



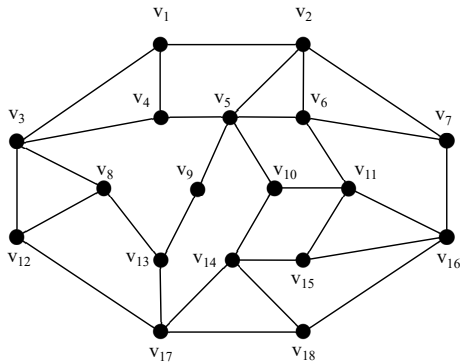
DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10},$

Prehľadávanie do hĺbky



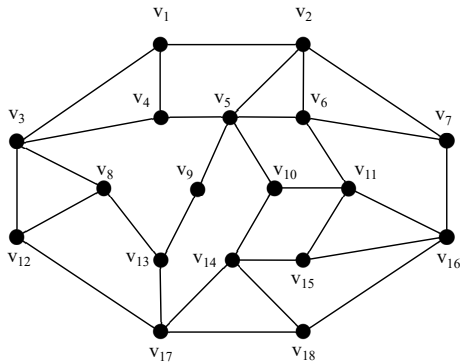
DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11},$

Prehľadávanie do hĺbky



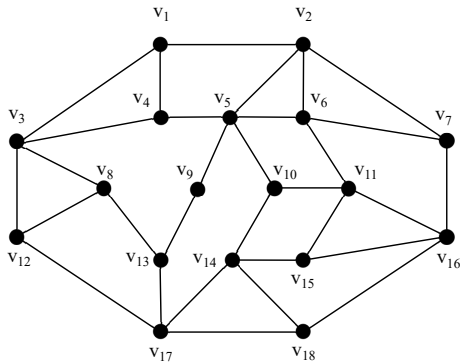
DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6,$

Prehľadávanie do hĺbky



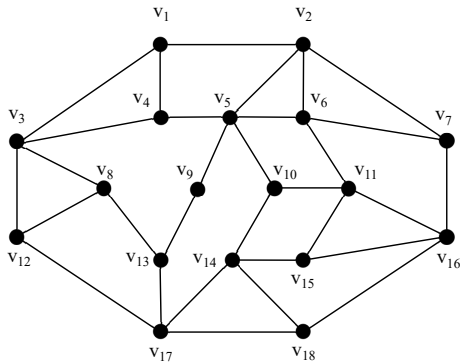
DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$

Prehľadávanie do hĺbky



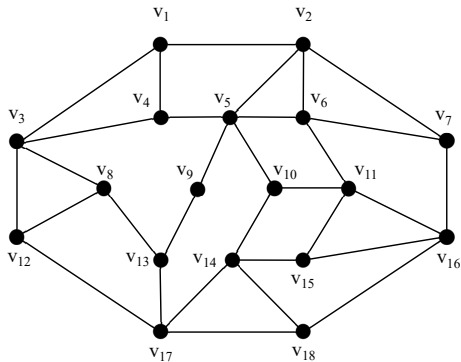
DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 $v_{16},$

Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 $v_{16}, v_{15},$

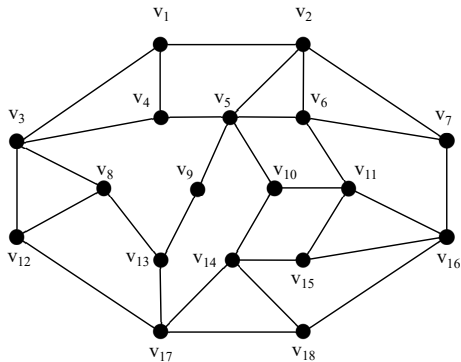
Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 v_{16}, v_{15}, v_{18}

BFS: $v_1,$

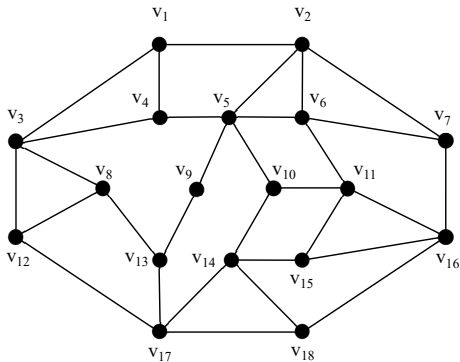
Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 v_{16}, v_{15}, v_{18}

BFS: $v_1, v_2,$

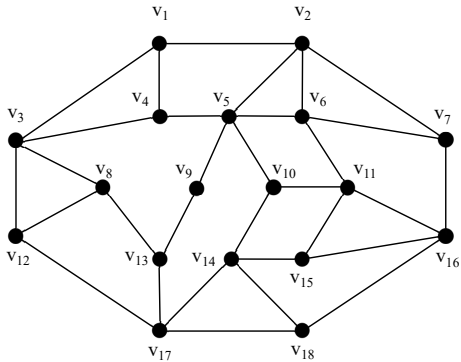
Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 v_{16}, v_{15}, v_{18}

BFS: $v_1, v_2, v_3,$

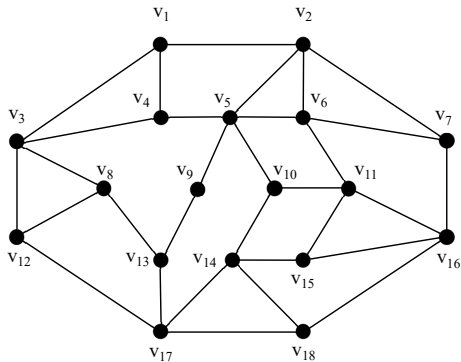
Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 v_{16}, v_{15}, v_{18}

BFS: $v_1, v_2, v_3, v_4,$

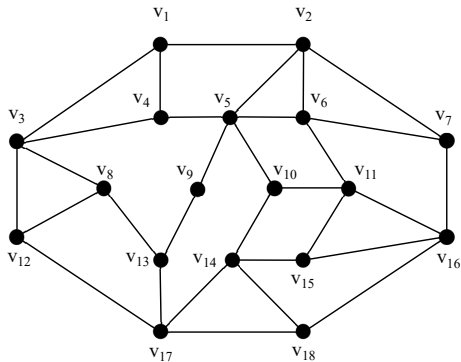
Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 v_{16}, v_{15}, v_{18}

BFS: $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5,$

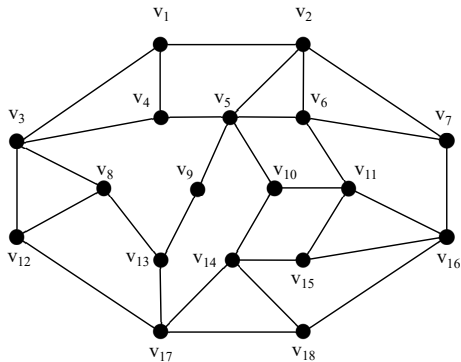
Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 v_{16}, v_{15}, v_{18}

BFS: $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6,$

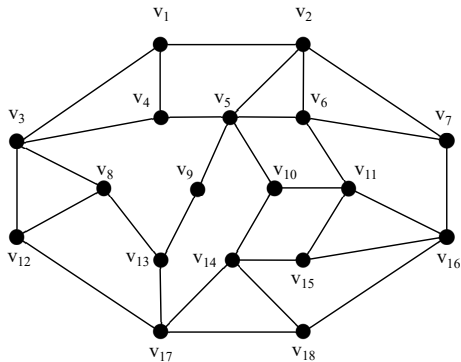
Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 v_{16}, v_{15}, v_{18}

BFS: $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7,$

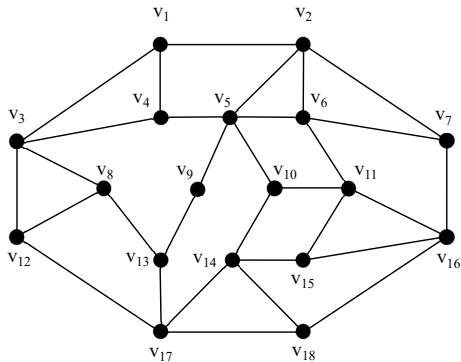
Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 v_{16}, v_{15}, v_{18}

BFS: $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8,$

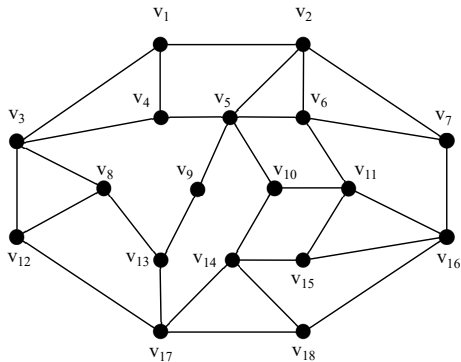
Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 v_{16}, v_{15}, v_{18}

BFS: $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_{12},$

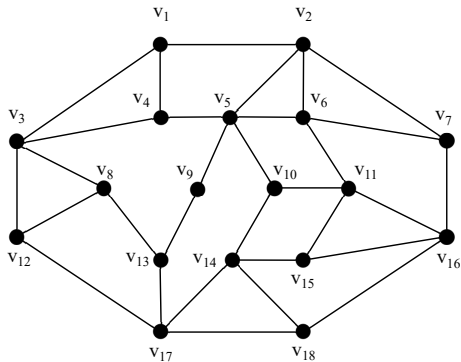
Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 v_{16}, v_{15}, v_{18}

BFS: $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_{12}, v_9,$

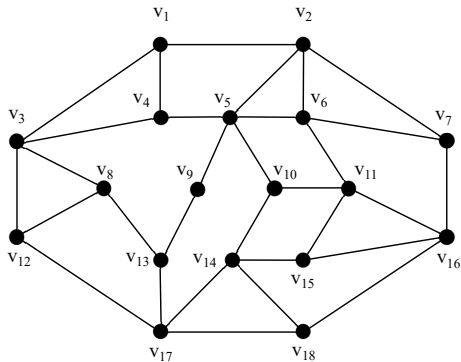
Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 v_{16}, v_{15}, v_{18}

BFS: $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_{12}, v_9, v_{10},$

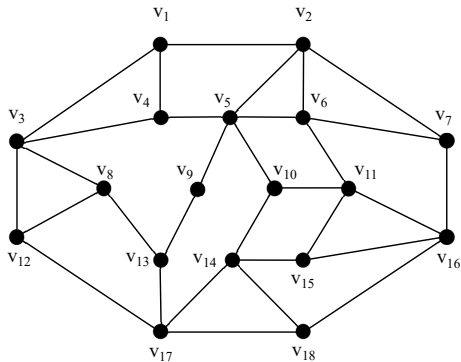
Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 v_{16}, v_{15}, v_{18}

BFS: $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_{12}, v_9, v_{10}, v_{11},$

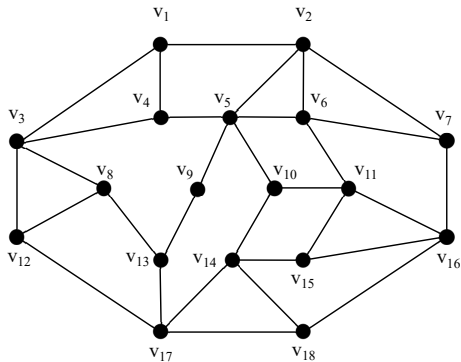
Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 v_{16}, v_{15}, v_{18}

BFS: $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_{12}, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{16},$

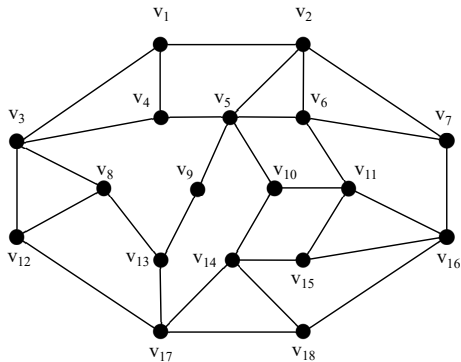
Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 v_{16}, v_{15}, v_{18}

BFS: $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_{12}, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{16}, v_{13},$

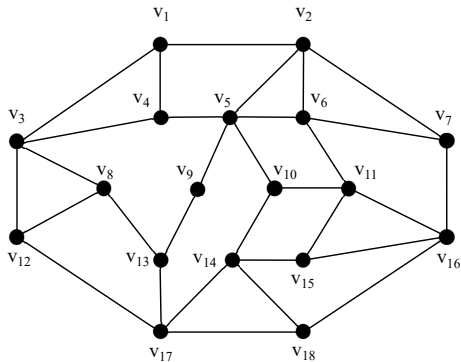
Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 v_{16}, v_{15}, v_{18}

BFS: $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_{12}, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{16}, v_{13}, v_{17},$

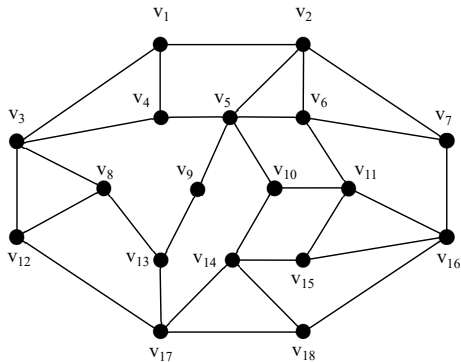
Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 v_{16}, v_{15}, v_{18}

BFS: $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_{12}, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{16}, v_{13}, v_{17},$
 $v_{14},$

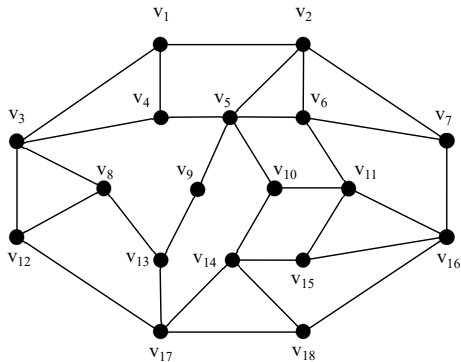
Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 v_{16}, v_{15}, v_{18}

BFS: $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_{12}, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{16}, v_{13}, v_{17},$
 $v_{14}, v_{15},$

Prehľadávanie do hĺbky



DFS: $v_1, v_2, v_5, v_4, v_3, v_8, v_{12}, v_{17}, v_{13}, v_9, v_{14}, v_{10}, v_{11}, v_6, v_7,$
 v_{16}, v_{15}, v_{18}

BFS: $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_{12}, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{16}, v_{13}, v_{17},$
 v_{14}, v_{15}, v_{18}