

GAaDO

Výroková logika a dôkaz

Technická univerzita v Košiciach



2025–2026

Definícia

Výrok - gramatická veta, ktorá je pravdivá, alebo nepravdivá. O jej pravdivosti vieme **jednoznačne!** rozhodnúť. Výrok musí byť oznamovacia veta.

Definícia

Výrok - gramatická veta, ktorá je pravdivá, alebo nepravdivá. O jej pravdivosti vieme **jednoznačne!** rozhodnúť. Výrok musí byť oznamovacia veta.

- pravdivostná hodnotu 0, alebo 1

Definícia

Výrok - gramatická veta, ktorá je pravdivá, alebo nepravdivá. O jej pravdivosti vieme **jednoznačne!** rozhodnúť. Výrok musí byť oznamovacia veta.

- pravdivostná hodnotu 0, alebo 1
- vytváranie nových **zložených** výrokov

Nech A, B sú výroky:

- 1 **NEGÁCIA:** $\neg A, \bar{A}, A'$ (Čítame: Nie je pravda, že A .)
Negovaný výrok nadobúda opačnú pravdivostnú hodnotu, ako výrok pôvodný.

Nech A, B sú výroky:

- 1 **NEGÁCIA:** $\neg A, \bar{A}, A'$ (Čítame: Nie je pravda, že A .)
Negovaný výrok nadobúda opačnú pravdivostnú hodnotu, ako výrok pôvodný.
- 2 **KONJUNKCIA:** $A \wedge B$ (Čítame: A a B .)

Nech A, B sú výroky:

- 1 **NEGÁCIA:** $\neg A, \bar{A}, A'$ (Čítame: Nie je pravda, že A .)
Negovaný výrok nadobúda opačnú pravdivostnú hodnotu, ako výrok pôvodný.
- 2 **KONJUNKCIA:** $A \wedge B$ (Čítame: A a B .)
- 3 **DISJUNKCIA:** $A \vee B$ (Čítame: A alebo B .)

Nech A, B sú výroky:

- 1 **NEGÁCIA:** $\neg A, \bar{A}, A'$ (Čítame: Nie je pravda, že A .)
Negovaný výrok nadobúda opačnú pravdivostnú hodnotu, ako výrok pôvodný.
- 2 **KONJUNKCIA:** $A \wedge B$ (Čítame: A a B .)
- 3 **DISJUNKCIA:** $A \vee B$ (Čítame: A alebo B .)
- 4 **IMPLIKÁCIA:** $A \Rightarrow B$ (Čítame: Ak A , tak B . resp. Keď A , potom B .)

Nech A, B sú výroky:

- ➊ **NEGÁCIA:** $\neg A, \bar{A}, A'$ (Čítame: Nie je pravda, že A .)
Negovaný výrok nadobúda opačnú pravdivostnú hodnotu, ako výrok pôvodný.
- ➋ **KONJUNKCIA:** $A \wedge B$ (Čítame: A a B .)
- ➌ **DISJUNKCIA:** $A \vee B$ (Čítame: A alebo B .)
- ➍ **IMPLIKÁCIA:** $A \Rightarrow B$ (Čítame: Ak A , tak B . resp. Keď A , potom B .)
- ➎ **EKVIVALENCIA:** $A \Leftrightarrow B$ (Čítame: A práve vtedy, keď B . resp. A vtedy a len vtedy, keď B .)

❶ **EXISTENČNÝ KVANTIFIKÁTOR:** $\exists$ (čítame: existuje)

- 1 **EXISTENČNÝ KVANTIFIKÁTOR:** $\exists$ (čítame: existuje)
- 2 **VŠEOBECNÝ KVANTIFIKÁTOR:** $\forall$ (čítame: pre všetky, pre každé)

- 1 **EXISTENČNÝ KVANTIFIKÁTOR:** $\exists$ (čítame: existuje)
- 2 **VŠEOBECNÝ KVANTIFIKÁTOR:** $\forall$ (čítame: pre všetky, pre každé)

Symbol $\exists!$ budeme čítať - EXISTUJE PRÁVE JEDEN!

- 1 **EXISTENČNÝ KVANTIFIKÁTOR:** $\exists$ (čítame: existuje)
- 2 **VŠEOBECNÝ KVANTIFIKÁTOR:** $\forall$ (čítame: pre všetky, pre každé)

Symbol $\exists$! budeme čítať - EXISTUJE PRÁVE JEDEN!

Tautológia - výrok, ktorý je vždy pravdivý.

Kontradikcia - výrok, ktorý je vždy nepravdivý.

Splniteľný výrok - ak existuje aspoň jedna možnosť, kedy je výrok pravdivý.

- Disjunkciu v matematike považujeme za pravdivú, ak je aspoň jeden z elementárnych výrokov pravdivý.

- Disjunkciu v matematike považujeme za pravdivú, ak je aspoň jeden z elementárnych výrokov pravdivý.
- Implikáciu v matematike chápeme doslova. To znamená, že sa jedná o výrok pravdivý v prípade, ak:
 - platia oba výroky elementárne výroky súčasne, alebo
 - ak prvý výrok neplatí. V tomto prípade hovoríme, že implikácia platí triviálne.

Nech A, B sú výroky, potom $A \Rightarrow B$ čítame:

- A implikuje B , alebo
- B vyplýva z A , alebo
- A je postačujúca podmienka pre výrok B , alebo

Nech A, B sú výroky, potom $A \Rightarrow B$ čítame:

- A implikuje B , alebo
- B vyplýva z A , alebo
- A je postačujúca podmienka pre výrok B , alebo
- B je nutná podmienka pre A .

Nech A, B sú výroky, potom $A \Rightarrow B$ čítame:

- A implikuje B , alebo
- B vyplýva z A , alebo
- A je postačujúca podmienka pre výrok B , alebo
- B je nutná podmienka pre A .

Nech $A \Rightarrow B$ je veta **všeobecná**, potom:

- $B' \Rightarrow A'$ nazývame veta **obmenená**.
- $B \Rightarrow A$ nazývame veta **obrátena**.
- $A \wedge B'$ nazývame **negácia** vety.

Nech A, B sú výroky, potom $A \Rightarrow B$ čítame:

- A implikuje B , alebo
- B vyplýva z A , alebo
- A je postačujúca podmienka pre výrok B , alebo
- B je nutná podmienka pre A .

Nech $A \Rightarrow B$ je veta **všeobecná**, potom:

- $B' \Rightarrow A'$ nazývame veta **obmenená**.
- $B \Rightarrow A$ nazývame veta **obrátena**.
- $A \wedge B'$ nazývame **negácia** vety.

Veta všeobecná a veta obmenená nadobúdajú rovnaké pravdivostné hodnoty.

Definícia

*Nech A je výrok a nech množina M je neprázdnu množinou výrokov. Množinu výrokov M nazývame **splniteľná** práve vtedy, keď existuje také ohodnotenie výrokov, pri ktorom je pravdivý každý výrok z množiny M . Ak množina výrokov M nie je splniteľná, nazýva sa **nesplniteľná**. Hovoríme, že **výrok A vyplýva z množiny výrokov M** (A je sémantickým dôsledkom M) práve vtedy, keď A je pravdivý pri každom ohodnotení výrokových premenných, pri ktorom je pravdivý každý výrok z M .*

Definícia

Axióma je výrok, ktorý považujeme za pravdivý. Nedokazujeme ju.

Definícia

Axióma je výrok, ktorý považujeme za pravdivý. Nedokazujeme ju.

Typy dôkazov:

- 1 dôkaz priamo,
- 2 dôkaz nepriamo,
- 3 dôkaz sporom,
- 4 dôkaz matematickou indukciou,
- 5 dôkaz rozborom všetkých možností.

- Nech $A \Rightarrow B$ je výrok.

- Nech $A \Rightarrow B$ je výrok.
- Vytvárame postupnosť výrokov $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, kde $A \Rightarrow A_1 \Rightarrow A_2 \Rightarrow A_3 \Rightarrow \dots \Rightarrow A_n \Rightarrow B$.

- Nech $A \Rightarrow B$ je výrok.
- Vytvárame postupnosť výrokov $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, kde $A \Rightarrow A_1 \Rightarrow A_2 \Rightarrow A_3 \Rightarrow \dots \Rightarrow A_n \Rightarrow B$.
- Výroky $A_i \Rightarrow A_{i+1}$, pre $i \in \{1, 2, 3, \dots, n-1\}$ sú buď axiómy, definície, alebo už dokázané vety.

- Nech $A \Rightarrow B$ je výrok.
- Vytvárame postupnosť výrokov $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, kde $A \Rightarrow A_1 \Rightarrow A_2 \Rightarrow A_3 \Rightarrow \dots \Rightarrow A_n \Rightarrow B$.
- Výroky $A_i \Rightarrow A_{i+1}$, pre $i \in \{1, 2, 3, \dots, n-1\}$ sú buď axiómy, definície, alebo už dokázané vety.

Ak veta nie je v tvare implikácie, často ju vieme na tvar implikácie preformulovať. Napríklad:

- Nech $A \Rightarrow B$ je výrok.
- Vytvárame postupnosť výrokov $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, kde $A \Rightarrow A_1 \Rightarrow A_2 \Rightarrow A_3 \Rightarrow \dots \Rightarrow A_n \Rightarrow B$.
- Výroky $A_i \Rightarrow A_{i+1}$, pre $i \in \{1, 2, 3, \dots, n-1\}$ sú buď axiómy, definície, alebo už dokázané vety.

Ak veta nie je v tvare implikácie, často ju vieme na tvar implikácie preformulovať. Napríklad:

Druhá mocnina prirodzeného, nepárneho čísla je prirodzené, nepárne číslo $\Leftrightarrow$

- Nech $A \Rightarrow B$ je výrok.
- Vytvárame postupnosť výrokov $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, kde $A \Rightarrow A_1 \Rightarrow A_2 \Rightarrow A_3 \Rightarrow \dots \Rightarrow A_n \Rightarrow B$.
- Výroky $A_i \Rightarrow A_{i+1}$, pre $i \in \{1, 2, 3, \dots, n-1\}$ sú buď axiómy, definície, alebo už dokázané vety.

Ak veta nie je v tvare implikácie, často ju vieme na tvar implikácie preformulovať. Napríklad:

Druhá mocnina prirodzeného, nepárneho čísla je prirodzené, nepárne číslo $\Leftrightarrow$

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \ n \text{ je nepárne} \Rightarrow ((n^2 \in \mathbb{N}) \wedge n \text{ je nepárne})$$

Príklad

Dokážte vetu: Druhá mocnina prirodzeného, nepárneho čísla je prirodzené, nepárne číslo.

Príklad

Dokážte vetu: Druhá mocnina prirodzeného, nepárneho čísla je prirodzené, nepárne číslo.

Dokazujeme: $(\forall n \in \mathbb{N}) : n \text{ je nepárne} \Rightarrow n^2 \text{ je nepárne.}$

Príklad

Dokážte vetu: Druhá mocnina prirodzeného, nepárneho čísla je prirodzené, nepárne číslo.

Dokazujeme: $(\forall n \in \mathbb{N}) : n \text{ je nepárne} \Rightarrow n^2 \text{ je nepárne.}$

- $A = A(0) : n \in \mathbb{N} \text{ je nepárne} \Leftrightarrow$

Príklad

Dokážte vetu: Druhá mocnina prirodzeného, nepárneho čísla je prirodzené, nepárne číslo.

Dokazujeme: $(\forall n \in \mathbb{N}) : n \text{ je nepárne} \Rightarrow n^2 \text{ je nepárne}.$

- $A = A(0) : n \in \mathbb{N} \text{ je nepárne} \Leftrightarrow$
- $A(1) : n = 2k + 1, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$

Príklad

Dokážte vetu: Druhá mocnina prirodzeného, nepárneho čísla je prirodzené, nepárne číslo.

Dokazujeme: $(\forall n \in \mathbb{N}) : n \text{ je nepárne} \Rightarrow n^2 \text{ je nepárne}.$

- $A = A(0) : n \in \mathbb{N} \text{ je nepárne} \Leftrightarrow$
- $A(1) : n = 2k + 1, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$
- $A(2) : n^2 = (2k + 1)^2, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$

Príklad

Dokážte vetu: Druhá mocnina prirodzeného, nepárneho čísla je prirodzené, nepárne číslo.

Dokazujeme: $(\forall n \in \mathbb{N}) : n \text{ je nepárne} \Rightarrow n^2 \text{ je nepárne.}$

- $A = A(0) : n \in \mathbb{N} \text{ je nepárne} \Leftrightarrow$
- $A(1) : n = 2k + 1, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$
- $A(2) : n^2 = (2k + 1)^2, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$
- $A(3) : n^2 = 4k^2 + 4k + 1, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$

Príklad

Dokážte vetu: Druhá mocnina prirodzeného, nepárneho čísla je prirodzené, nepárne číslo.

Dokazujeme: $(\forall n \in \mathbb{N}) : n \text{ je nepárne} \Rightarrow n^2 \text{ je nepárne.}$

- $A = A(0) : n \in \mathbb{N} \text{ je nepárne} \Leftrightarrow$
- $A(1) : n = 2k + 1, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$
- $A(2) : n^2 = (2k + 1)^2, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$
- $A(3) : n^2 = 4k^2 + 4k + 1, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$
- $A(4) : n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$

Príklad

Dokážte vetu: Druhá mocnina prirodzeného, nepárneho čísla je prirodzené, nepárne číslo.

Dokazujeme: $(\forall n \in \mathbb{N}) : n \text{ je nepárne} \Rightarrow n^2 \text{ je nepárne.}$

- $A = A(0) : n \in \mathbb{N} \text{ je nepárne} \Leftrightarrow$
- $A(1) : n = 2k + 1, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$
- $A(2) : n^2 = (2k + 1)^2, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$
- $A(3) : n^2 = 4k^2 + 4k + 1, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$
- $A(4) : n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$
- $A(5) : n^2 = 2l + 1, l = 2k^2 + 2k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$

Príklad

Dokážte vetu: Druhá mocnina prirodzeného, nepárneho čísla je prirodzené, nepárne číslo.

Dokazujeme: $(\forall n \in \mathbb{N}) : n \text{ je nepárne} \Rightarrow n^2 \text{ je nepárne.}$

- $A = A(0) : n \in \mathbb{N} \text{ je nepárne} \Leftrightarrow$
- $A(1) : n = 2k + 1, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$
- $A(2) : n^2 = (2k + 1)^2, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$
- $A(3) : n^2 = 4k^2 + 4k + 1, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$
- $A(4) : n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$
- $A(5) : n^2 = 2l + 1, l = 2k^2 + 2k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Leftrightarrow$
- $A(6) : n^2 \text{ je nepárne číslo} = B$

- Nech $A \Rightarrow B$ je výrok,

- Nech $A \Rightarrow B$ je výrok,
- vytvoríme obmenenú vetu $B' \Rightarrow A'$

- Nech $A \Rightarrow B$ je výrok,
- vytvoríme obmenenú vetu $B' \Rightarrow A'$
- obmenenú vetu dokazujeme priamo.

- Nech $A \Rightarrow B$ je výrok,
- vytvoríme obmenenú vetu $B' \Rightarrow A'$
- obmenenú vetu dokazujeme priamo.

Využívame fakt, že pravdivostné hodnoty oboch viet sú rovnaké.

Príklad

Dokážte vetu nepriamo: Ak n^2 je prirodzené, párne číslo, tak aj n je prirodzené, párne číslo.

Príklad

Dokážte vetu nepriamo: Ak n^2 je prirodzené, párne číslo, tak aj n je prirodzené, párne číslo.

Dokazujeme: $(\forall n^2 \in \mathbb{N}) : (n^2 \in \mathbb{N} \wedge n \text{ nepárne}) \Rightarrow (n \in \mathbb{N} \wedge n \text{ je nepárne.})$

Príklad

Dokážte vetu nepriamo: Ak n^2 je prirodzené, párne číslo, tak aj n je prirodzené, párne číslo.

Dokazujeme: $(\forall n^2 \in \mathbb{N}) : (n^2 \in \mathbb{N} \wedge n \text{ nepárne}) \Rightarrow (n \in \mathbb{N} \wedge n \text{ je nepárne.})$

Obmenená veta: $(\forall n \in \mathbb{N}) : (n \text{ je nepárne}) \Rightarrow (n^2 \text{ je nepárne}).$

- Nech $A \Rightarrow B$ je výrok,

- Nech $A \Rightarrow B$ je výrok,
- vytvoríme negovaný výrok $A \wedge B'$,

- Nech $A \Rightarrow B$ je výrok,
- vytvoríme negovaný výrok $A \wedge B'$,
- negovaný výrok dokazujeme priamo.

- Nech $A \Rightarrow B$ je výrok,
- vytvoríme negovaný výrok $A \wedge B'$,
- negovaný výrok dokazujeme priamo.

Na konci dôjdeme k sporu, t.j k tvrdeniu o ktorom vieme rozhodnúť, že určite nie je pravdivé. To znamená, že dokazovaná negácia vety neplatí a teda musí platiť pôvodná veta.

Príklad

Dokážte vetu sporom: Druhá mocnina párneho čísla je číslo párne.

Príklad

Dokážte vetu sporom: Druhá mocnina párneho čísla je číslo párne.

Dokazujeme: $(\forall n \in \mathbb{N}) : n \text{ je párne} \Rightarrow n^2 \text{ je párne}.$

Príklad

Dokážte vetu sporom: Druhá mocnina párneho čísla je číslo párne.

Dokazujeme: $(\forall n \in \mathbb{N}) : n \text{ je párne} \Rightarrow n^2 \text{ je párne}$.

Negácia výroku: $(\exists n \in \mathbb{N}) : n \text{ je párne} \wedge n^2 \text{ je nepárne}$.

Príklad

Dokážte vetu sporom: Druhá mocnina párneho čísla je číslo párne.

Dokazujeme: $(\forall n \in \mathbb{N}) : n \text{ je párne} \Rightarrow n^2 \text{ je párne}$.

Negácia výroku: $(\exists n \in \mathbb{N}) : n \text{ je párne} \wedge n^2 \text{ je nepárne}$.

- $A = A(0) : n \in \mathbb{N} \text{ je párne} \Leftrightarrow$

Príklad

Dokážte vetu sporom: Druhá mocnina párneho čísla je číslo párne.

Dokazujeme: $(\forall n \in \mathbb{N}) : n \text{ je párne} \Rightarrow n^2 \text{ je párne}.$

Negácia výroku: $(\exists n \in \mathbb{N}) : n \text{ je párne} \wedge n^2 \text{ je nepárne}.$

- $A = A(0) : n \in \mathbb{N} \text{ je párne} \Leftrightarrow$
- $A(1) : n = 2k, k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$

Príklad

Dokážte vetu sporom: Druhá mocnina párneho čísla je číslo párne.

Dokazujeme: $(\forall n \in \mathbb{N}) : n \text{ je párne} \Rightarrow n^2 \text{ je párne}$.

Negácia výroku: $(\exists n \in \mathbb{N}) : n \text{ je párne} \wedge n^2 \text{ je nepárne}$.

- $A = A(0) : n \in \mathbb{N} \text{ je párne} \Leftrightarrow$
- $A(1) : n = 2k, k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$
- $A(2) : n^2 = (2k)^2, k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$

Príklad

Dokážte vetu sporom: Druhá mocnina párneho čísla je číslo párne.

Dokazujeme: $(\forall n \in \mathbb{N}) : n \text{ je párne} \Rightarrow n^2 \text{ je párne}.$

Negácia výroku: $(\exists n \in \mathbb{N}) : n \text{ je párne} \wedge n^2 \text{ je nepárne}.$

- $A = A(0) : n \in \mathbb{N} \text{ je párne} \Leftrightarrow$
- $A(1) : n = 2k, k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$
- $A(2) : n^2 = (2k)^2, k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$
- $A(3) : n^2 = 4k^2, k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$

Príklad

Dokážte vetu sporom: Druhá mocnina párneho čísla je číslo párne.

Dokazujeme: $(\forall n \in \mathbb{N}) : n \text{ je párne} \Rightarrow n^2 \text{ je párne}$.

Negácia výroku: $(\exists n \in \mathbb{N}) : n \text{ je párne} \wedge n^2 \text{ je nepárne}$.

- $A = A(0) : n \in \mathbb{N} \text{ je párne} \Leftrightarrow$
- $A(1) : n = 2k, k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$
- $A(2) : n^2 = (2k)^2, k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$
- $A(3) : n^2 = 4k^2, k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$
- $A(4) : n^2 = 2(2k^2), k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$

Príklad

Dokážte vetu sporom: Druhá mocnina párneho čísla je číslo párne.

Dokazujeme: $(\forall n \in \mathbb{N}) : n \text{ je párne} \Rightarrow n^2 \text{ je párne}$.

Negácia výroku: $(\exists n \in \mathbb{N}) : n \text{ je párne} \wedge n^2 \text{ je nepárne}$.

- $A = A(0) : n \in \mathbb{N} \text{ je párne} \Leftrightarrow$
- $A(1) : n = 2k, k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$
- $A(2) : n^2 = (2k)^2, k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$
- $A(3) : n^2 = 4k^2, k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$
- $A(4) : n^2 = 2(2k^2), k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$
- $A(5) : n^2 = 2l, l = 2k^2 \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$

Príklad

Dokážte vetu sporom: Druhá mocnina párneho čísla je číslo párne.

Dokazujeme: $(\forall n \in \mathbb{N}) : n \text{ je párne} \Rightarrow n^2 \text{ je párne}$.

Negácia výroku: $(\exists n \in \mathbb{N}) : n \text{ je párne} \wedge n^2 \text{ je nepárne}$.

- $A = A(0) : n \in \mathbb{N} \text{ je párne} \Leftrightarrow$
- $A(1) : n = 2k, k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$
- $A(2) : n^2 = (2k)^2, k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$
- $A(3) : n^2 = 4k^2, k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$
- $A(4) : n^2 = 2(2k^2), k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$
- $A(5) : n^2 = 2l, l = 2k^2 \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$
- $A(6) : n^2 \text{ je párne číslo} = B', \text{ čo je v spore s dokazovanou vetou.}$

Negácia vety neplatí, platí pôvodne tvrdenie.

Matematický dôkaz - Dôkaz matematickou indukciou (MI)

- platnosť tvrdenia pre všetky prirodzené čísla, resp. inú nekonečnú postupnosť,
- platnosť výroku $A(n)$ pre $\forall n \in \mathbb{N}$ také, že $n \geq n_0$,
 - platnosť tvrdenia pre $n = 1$, resp. pre najmenší prvok $n = n_0$ - báza indukcie (existencia aspoň jedného $n = n_0$),
 - predpokladáme, že $A(n)$ platí pre $\forall \leq k$ - indukčný predpoklad (IP),
 - platnosť tvrdenia pre $n = k + 1$.

Matematický dôkaz - Dôkaz matematickou indukciou (MI)

- platnosť tvrdenia pre všetky prirodzené čísla, resp. inú nekonečnú postupnosť,
- platnosť výroku $A(n)$ pre $\forall n \in \mathbb{N}$ také, že $n \geq n_0$,
 - platnosť tvrdenia pre $n = 1$, resp. pre najmenší prvok $n = n_0$ - báza indukcie (existencia aspoň jedného $n = n_0$),
 - predpokladáme, že $A(n)$ platí pre $\forall \leq k$ - indukčný predpoklad (IP),
 - platnosť tvrdenia pre $n = k + 1$.

Na poslednú časť môžeme použiť už iné typy dôkazov.

Matematický dôkaz - Dôkaz matematickou indukciou (MI)

- platnosť tvrdenia pre všetky prirodzené čísla, resp. inú nekonečnú postupnosť,
- platnosť výroku $A(n)$ pre $\forall n \in \mathbb{N}$ také, že $n \geq n_0$,
 - platnosť tvrdenia pre $n = 1$, resp. pre najmenší prvok $n = n_0$ - báza indukcie (existencia aspoň jedného $n = n_0$),
 - predpokladáme, že $A(n)$ platí pre $\forall \leq k$ - indukčný predpoklad (IP),
 - platnosť tvrdenia pre $n = k + 1$.

Na poslednú časť môžeme použiť už iné typy dôkazov.

Dostávame: Ak platí $A(1)$ tak platí aj $A(2)$, ak platí $A(2)$ tak platí aj $A(3)$, ..., a teda $A(n)$ platí $\forall n \in \mathbb{N}$.

Príklad

Dokážte vetu matematickou indukciou: Súčet prvých n po sebe idúcich prirodzených čísel je rovný číslu $\frac{n(n+1)}{2}$.

Príklad

Dokážte vetu matematickou indukciou: Súčet prvých n po sebe idúcich prirodzených čísel je rovný číslu $\frac{n(n+1)}{2}$.

- Nech $n = 1$, potom $1 = \frac{1(1+1)}{2} = 1 \rightarrow$ tvrdenie platí pre najmenšie n .

Príklad

Dokážte vetu matematickou indukciou: Súčet prvých n po sebe idúcich prirodzených čísel je rovný číslu $\frac{n(n+1)}{2}$.

- Nech $n = 1$, potom $1 = \frac{1(1+1)}{2} = 1 \rightarrow$ tvrdenie platí pre najmenšie n .
- Indukčný predpoklad:
Pre $\forall n, n \leq k: 1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$

Príklad

Dokážte vetu matematickou indukciou: Súčet prvých n po sebe idúcich prirodzených čísel je rovný číslu $\frac{n(n+1)}{2}$.

- Nech $n = 1$, potom $1 = \frac{1(1+1)}{2} = 1 \rightarrow$ tvrdenie platí pre najmenšie n .
- Indukčný predpoklad:
Pre $\forall n, n \leq k: 1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$
- Tvrdenie pre $n = k + 1$:

$$1 + 2 + \dots + k + (k + 1) =$$

Príklad

Dokážte vetu matematickou indukciou: Súčet prvých n po sebe idúcich prirodzených čísel je rovný číslu $\frac{n(n+1)}{2}$.

- Nech $n = 1$, potom $1 = \frac{1(1+1)}{2} = 1 \rightarrow$ tvrdenie platí pre najmenšie n .
- Indukčný predpoklad:
Pre $\forall n, n \leq k: 1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$
- Tvrdenie pre $n = k + 1$:

$$1 + 2 + \dots + k + (k + 1) =$$

$$\frac{k(k+1)}{2} + (k+1) =$$

Príklad

Dokážte vetu matematickou indukciou: Súčet prvých n po sebe idúcich prirodzených čísel je rovný číslu $\frac{n(n+1)}{2}$.

- Nech $n = 1$, potom $1 = \frac{1(1+1)}{2} = 1 \rightarrow$ tvrdenie platí pre najmenšie n .
- Indukčný predpoklad:
Pre $\forall n, n \leq k: 1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$
- Tvrdenie pre $n = k + 1$:

$$1 + 2 + \dots + k + (k + 1) =$$

$$\frac{k(k+1)}{2} + (k+1) = \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2} =$$

Príklad

Dokážte vetu matematickou indukciou: Súčet prvých n po sebe idúcich prirodzených čísel je rovný číslu $\frac{n(n+1)}{2}$.

- Nech $n = 1$, potom $1 = \frac{1(1+1)}{2} = 1 \rightarrow$ tvrdenie platí pre najmenšie n .
- Indukčný predpoklad:
Pre $\forall n, n \leq k: 1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$
- Tvrdenie pre $n = k + 1$:

$$1 + 2 + \dots + k + (k + 1) =$$

$$\frac{k(k+1)}{2} + (k+1) = \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2} = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$