

- každú množinu A je možné jednoznačne popísať pomocou jej **charakteristickej funkcie** $\mu_A : X \rightarrow \{0, 1\}$ predpisom

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in A \\ 0 & \text{pre } x \notin A, \end{cases}$$

kde X je univerzálna množina reprezentujúca definičný obor characteristickej funkcie μ_A

- množina A je svojou funkciou μ_A jednoznačne určená:

$$A = \{x \in X : \mu_A(x) = 1\}$$

$$A = \{x \in X : \mu_A(x) > 0\}$$

- charakteristická funkcia μ_A nie je prostá, no napriek tomu používame pre inverziu označenie μ_A^{-1}
- inverzia μ_A^{-1} priradzuje množine obrazov $M \subseteq \{0, 1\}$ množinu všetkých vzorov

$$\mu_A^{-1}(M) = \{x \in X : \mu_A(x) \in M\}$$

- množinu A je možné popísať aj využitím inverzie μ_A^{-1}

$$A = \mu_A^{-1}(\{1\})$$

$$A = \mu_A^{-1}((0, 1])$$

- nech X je pevne zvolená univerzálna množina (**univerzum**)

Fuzzy množina

Fuzzy množinou A univerza X rozumieme objekt popísaný (zovšeobecnenou) charakteristickou funkciou

$$\mu_A : X \rightarrow \langle 0, 1 \rangle$$

(nazývanou aj **funkciou príslušnosti**). Pre každý prvok $x \in X$ hodnota $\mu_A(x) \in \langle 0, 1 \rangle$ hovorí, do akej miery je x prvkom fuzzy množiny A .

- každá funkcia z X do $\langle 0, 1 \rangle$ jednoznačne určuje nejakú fuzzy množinu

- základné pojmy pre ľubovoľnú fuzzy množinu A na univerze X

- **Obor hodnôt**

$$\text{Range}(A) = \{\alpha \in \langle 0, 1 \rangle : \exists x \in X, \mu_A(x) = \alpha\}$$

- **Výška**

$$h(A) = \sup \text{Range}(A)$$

- ak je fuzzy množina výšky 1, tak sa nazýva **normálna**;
v opačnom prípade je **subnormálna**

- **Nosič** (angl. support)

$$\text{Supp}(A) = \{x \in X : \mu_A(x) > 0\} = \mu_A^{-1}((0, 1))$$

- ak má fuzzy množina konečný nosič, tak sa nazýva **konečná**; v opačnom prípade je **nekonečná**

- **Jadro** (angl. core)

$$\text{core}(A) = \{x \in X : \mu_A(x) = 1\} = \mu_A^{-1}(\{1\})$$

- množinu všetkých fuzzy množín univerza X označujeme $\mathcal{F}(X)$

Systém rezov

Nech $A \in \mathcal{F}(X)$ a $\alpha \in \langle 0, 1 \rangle$. Potom **α -hladina** (angl. α -level) fuzzy množiny A je ostrá množina

$$\mu_A^{-1}(\alpha) = \{x \in X : \mu_A(x) = \alpha\}.$$

Systém rezov fuzzy množiny A je zobrazenie

$$R_A : \langle 0, 1 \rangle \rightarrow \mathcal{P}(X),$$

ktoré každému $\alpha \in \langle 0, 1 \rangle$ priradzuje tzv. **α -rez** (angl. α -cut)

$$R_A(\alpha) = \mu_A^{-1}(\langle \alpha, 1 \rangle) = \{x \in X : \mu_A(x) \geq \alpha\}.$$

Veta (O systéme rezov)

- a) *Nech $M : \langle 0, 1 \rangle \rightarrow \mathcal{P}(X)$ je systém rezov ľubovoľnej fuzzy množiny $A \in \mathcal{F}(X)$, t. j. $M = R_A$. Potom M spĺňa tri nasledujúce podmienky*

$$M(0) = X, \quad (R1)$$

$$0 \leq \alpha < \beta \leq 1 \Rightarrow M(\beta) \subseteq M(\alpha), \quad (R2)$$

$$0 < \beta \leq 1 \Rightarrow M(\beta) = \bigcap_{\alpha < \beta} M(\alpha). \quad (R3)$$

- b) *Naopak, každé zobrazenie $M : \langle 0, 1 \rangle \rightarrow \mathcal{P}(X)$ spĺňajúce podmienky (R1), (R2) a (R3) je systémom rezov nejakej fuzzy množiny $A \in \mathcal{F}(X)$, t. j. $M = R_A$.*