

GAaDO Halda

Technická univerzita v Košiciach



2025–2026

Prioritný strom:

- vrcholovo ohodnotený, binárny, koreňový strom,
- z existencie pravého syna vyplýva existencia ľavého syna,
- má $2k$ vrcholov na každej úrovni k menšej než jeho výška,
- ohodnotenie vrcholu v je menšie alebo rovné než ohodnotenia jeho synov,
- všetky prioritné stromy s n vrcholmi sú izomorfné,
- synovia vrcholu k sú $2k$ (ľavý) a $2k + 1$ (pravý),
- otcom každého vrcholu $k \neq 1$ je vrchol $\lfloor \frac{k}{2} \rfloor$,
- koreňom prioritného stromu je vždy vrchol 1,
- úroveň vrcholu k je $\log_2(k) \Rightarrow$ výška n vrcholového stromu je menšia alebo rovná číslu $\log_2(n)$

Implementácia prioritného stromu sa nazýva **halda**.
S haldou sa dajú efektívne robiť nasledujúce operácie:

- vloženie vrchola
- vybratie vrchola
- zmena ohodnotenia ľubovoľného vrchola

Algoritmus na pridávanie (prebublávanie) prvku do haldy:

- **Krok 1.** Ozn. r pridaný vrchol. Ak r je koreňom, STOP. Inak označ $p(r)$ otca vrchola r .
- **Krok 2.** Ak r je koreňom, alebo $c(r) \geq c(p(r))$, STOP.
 $d(w) := d(w) - 1$.
Ak $d(w) = 0$, tak $k := k + 1$, $v_k := w$.
- **Krok 3.** Ak $c(r) < c(p(r))$, vymeň ohodnotenia vrcholov r a $p(r)$ a choď na Krok 2.

Zložitosť algoritmu na pridávanie prvku do haldy: Pretože (jediná) cesta z pridaného vrchola do koreňa má dĺžku $\log_2 n$, urobíme vloženie nového vrchola do haldy v čase $O(\log n)$.

Algoritmus na odoberanie (utopenie) prvku z haldy:

- **Krok 1.** Vyber ohodnotenie koreňa haldy. Koreňu daj ohodnotenie posledného vrchola haldy. Zruš posledný vrchol haldy s incidentnou hranou. Označ $r := 1$ koreň haldy. Označ $l(r)$, $p(r)$ ľavého a pravého syna prvku r .
- **Krok 2.** Ak r nemá následníkov, alebo ak $c(r) \leq \min\{c(l(r)), c(p(r))\}$, STOP.
- **Krok 3.** Ak r nemá pravého syna, alebo ak $c(l(r)) \leq c(p(r))$, vymeň ohodnotenia vrcholov r , $l(r)$, polož $r := l(r)$ a choď na krok 2. Inak vymeň ohodnotenia vrcholov r , $p(r)$, polož $r := p(r)$ a choď na krok 2.

Zložitosť algoritmu na odobranie prvku z haldy: Rovnako ako pri predchádzajúcom algoritme, vieme aj tento algoritmus vykonať v čase $O(\log n)$.