

BINÁRIE RELÁCIE :

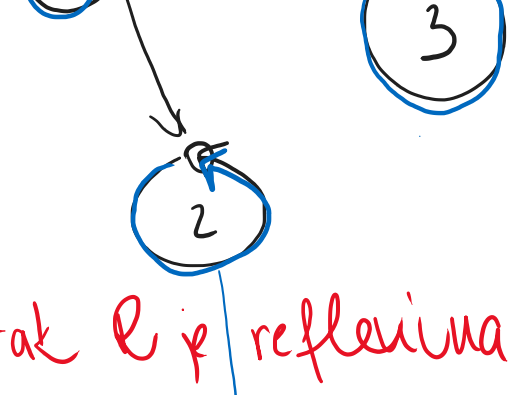
19.12.2025

1) Reflexivnosť: $\forall a \in A : aRa \quad (a,a) \in R$

$A = \{1,2,3\}$

$R = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,2), (3,3)\}$

$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$



$\forall a \in A : (a,a) \in R$

1) $(1,1)$
2) $(2,2)$
3) $(3,3)$

R je reflexívna, všetky tri body patria R .

ak máme na diagonále samé 1, tak R je reflexívna.

Pre každý vrchol vstup šípka z daného bodu do toho istého bodu, takže R je reflexívna.

$A = \{1,2,3\}$

$R = \{(1,1), (1,2), (2,3), (3,3)\}$

$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$



R nie je reflexívna!

1) $(2,2) \in A$ alebo

2) $(2,2) \in M_R$ je 0 alebo

3) chyba hrana z 2 do 2!

Symetrickosť: $\forall a,b \in A : aRb \Rightarrow bRa$

$A = \{1,2,3\}$

$R = \{(1,1), (1,2), (2,1), (3,3)\}$

$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$



$(1,1) \rightarrow (1,1) \checkmark$

$(1,2) \rightarrow (2,1) \checkmark$

$(2,1) \rightarrow (1,2) \checkmark$

$(3,3) \rightarrow (3,3) \checkmark$

R je symetrická!

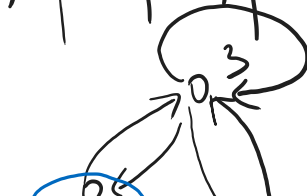
R je symetrická, lebo jej matrica je symetrická vzhľadom na hlavnú diagonálu.

R je symetrická, lebo medzi ľubovoľnými dvoma bodmi sú vždy šípky oboch smerov.

$A = \{1,2,3\}$

$R = \{(1,2), (2,3), (3,2), (3,3), (1,3), (3,1)\}$

$M_R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$



NIE JE SYMETRICKÁ, LEBO:

1) $(1,2) \in R$ ale $(2,1) \notin R$ alebo

2) prvky $(1,2)$ a $(2,1)$ majú

$\rightarrow M_R$ rôzne hodnoty alebo

3) medzi bodmi 1-2 len jedna šípka

3) Antisymetrickosť: $\forall a,b \in A : aRb \wedge bRa \Rightarrow a=b$

$A = \{1,2,3\}$

$R = \{(1,2), (2,3), (3,2), (3,3), (1,3), (3,1)\}$

$M_R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$



NIE JE ANTISYMETRICKÁ, LEBO:

1) lebo $(2,3) \wedge (3,2) \in R$ alebo

2) lebo prvky $(1,3)$ a $(3,1)$ majú

$\rightarrow M_R$ rovnakú hodnotu alebo

3) lebo medzi 2 a 3 sú obe šípky.

$A = \{1,2,3\}$

$R = \{(1,2), (2,3), (3,1), (3,3)\}$

$M_R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$



Relácia je antisymetrická!

1) lebo $\rightarrow R$ nemá žiadnu dvojicu

$(a,b), (b,a)$ ak by boli obe $\rightarrow R$ alebo

2) lebo všetky prvky $\rightarrow M_R$ majú

typy $(1,2), (2,3)$ majú rôzne hodnoty

(okrem $(1,1)$)

3) lebo medzi každou dvojicou

bodov je maximálne 1 šípka

Transitivnosť: $\forall a,b,c \in A : aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$

Pozn: keď R je binárna relácia na množine A a keď M_R je jej matrica.

Relácia R je transitívna právetedy, keď platí:

Ak prvok m_{ij} matice M_R^2 je nenulový, tak m_{ij} matice M_R je nenulový.

$A = \{1,2,3\}$

$R = \{(1,2), (2,3), (2,2), (3,3), (3,1)\}$

$M_R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$



Nie je transitívna lebo:

1) $(1,2), (2,3) \in R \Rightarrow (1,3) \notin R$ alebo

2) lebo prvok $m_{13}^2 = 1$ ale

$m_{13} = 0$

3) šípka z 1 do 2 a z 2 do 3

ale z 1 do 3 nie je!

Zistite, či je R reflexívna, symetrická, antisymetrická, transitívna ak

$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1) reflexia: platí lebo na diagonále sú len 1

2) symetria: neplatí, lebo matrica nie je symetrická,

npr. prvky m_{13} a m_{31} sú rôzne.

3) antisymetria: neplatí, lebo npr. $m_{23} = m_{32}$

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

4) Transitivnosť: R nie je

transitívna lebo $m_{12}^2 = 2$ a

$m_{12} = 0$

Príklad: Zistite, či je R refl., sym., antisym., trans. ak je graf je:



1) reflexia: Nie je reflexívna, lebo mi chýba

šípka z 2 do 2

2) symetria: Nie je symetrická! Tgrafe

je šípka z 5 do 1 ale nie je zo 4 do 5

3) Antisymetria: nie je lebo z 2 do 5 a

ale šípky

4) Transitivnosť: nie je, lebo je šípka zo 4 do 1

aj 1 do 3 ale zo 4 do 3 nie je

Príklad: Overte, či je R je refl., sym., antisym., trans., ak

$R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x+y \leq 12\}$

1) reflexia: $\forall x \in \mathbb{R} : xRx \quad (x,x) \in R$

R nie je reflexívna, lebo npr. $x = 10 \quad 10+3=13 \leq 12$

$40 \neq 12 \rightarrow$ KONTRARIKČNÁ

2) Symetria: $\forall x,y \in \mathbb{R} : xRy \Rightarrow yRx$

$\forall x,y \in \mathbb{R} : \underbrace{x+y \leq 12}_{\text{platí}} \Rightarrow \underbrace{y+x \leq 12}_{\text{neplatí}}$

$\begin{pmatrix} x=4 \\ y=1 \end{pmatrix}$

$4+3=7 \leq 12$ ale $1+3=4 \leq 12$!

KONTRARIKČNÁ! Nášla som kontrapríklad, relácia nie je symetrická!

3) Antisymetria: $\forall x,y \in \mathbb{R} : xRy \wedge yRx \Rightarrow x=y$

$\forall x,y \in \mathbb{R} : \underbrace{x+y \leq 12}_{\text{platí}} \wedge \underbrace{y+x \leq 12}_{\text{platí}} \Rightarrow x=y$

$\begin{pmatrix} x=3 \\ y=2 \end{pmatrix}$

$3+2=5 \leq 12$ a $2+3=5 \leq 12$ ale $2 \neq 3$!

R nie je antisymetrická, lebo som našla kontrapríklad.

4) Transitivnosť: $\forall x,y,z \in \mathbb{R} : xRy \wedge yRz \Rightarrow xRz$

$\forall x,y,z \in \mathbb{R} : \underbrace{x+y \leq 12}_{\text{platí}} \wedge \underbrace{y+z \leq 12}_{\text{platí}} \Rightarrow \underbrace{x+z \leq 12}_{\text{neplatí}}$

$\begin{pmatrix} x=1 \\ y=2 \\ z=5 \end{pmatrix}$

$1+2=3 \leq 12$ a $2+5=7 \leq 12$

$1+3=4 \leq 12$ a $1+5=6 \leq 12$ ale $1+3=4 \neq 12$

KONTRARIKČNÁ

R nie je transitívna - lebo som našla kontrapríklad!

Definícia: Hovoríme, že R je relácia ekvivalencie (EKVIVALENCIA) na množine A ,

ak je:

1) reflexívna

2) symetrická

3) transitívna

Definícia: Hovoríme, že R je čiastočne usporiadaná množina ak je

(ČUH)

1) reflexívna

2) antisymetrická

3) transitívna