

Matematika I, opak. – 3.cvičenie

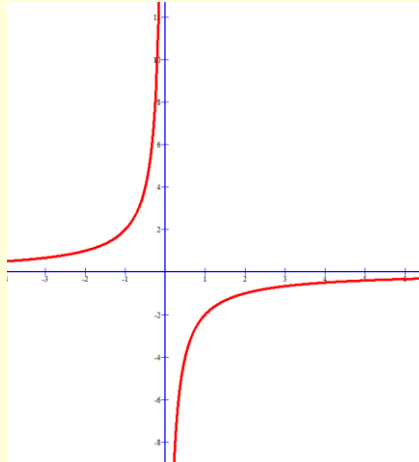
RNDr. Z. Gibová, PhD.

Zopakujte si:

Definičný obor funkcie $y = \log_a x$ je $(0, \infty)$

Funkcia na obrázku je

- a) párna,
b) nepárna,
c) ani párna ani nepárna.



Podmienka $-1 \leq x \leq 1$ platí pre funkciu $y = \arccos x$ a $y = \arcsin x$

Funkcia f sa nazýva párna, ak platí 1. pre každé $x \in D(f)$ aj $-x \in D(f)$,

2. $f(x) = f(-x)$, pre všetky $x \in D(f)$

Podmienka pre definičný obor funkcie $y = \frac{x+1}{5x}$ je $5x \neq 0$

Graf párnej funkcie je symetrický podľa $osi y$

Pr. 5: Určte definičný obor funkcie:

$$f: y = \sqrt{x^2 - 1} + \arccos(x + 1) + \frac{1}{2x+3}$$

$$D(f) = \langle -2, -1 \rangle - \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$$

Pr. 6: Určte definičný obor funkcie:

$$f: y = \arccos\left(\frac{2x+3}{11}\right) + \sqrt[6]{x-3}$$

$$D(f) = \langle 3, 4 \rangle$$

z podmienky pre odmocninu: $x - 3 \geq 0$

z podmienky pre arccos: $-1 \leq \frac{2x+3}{11} \leq 1$



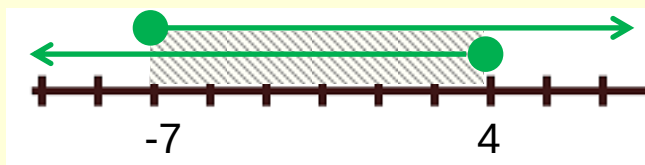
$$-1 \leq \frac{2x+3}{11} \wedge \frac{2x+3}{11} \leq 1 \quad \wedge \quad x - 3 \geq 0$$

$$-11 \leq 2x+3 \qquad 2x+3 \leq 11 \qquad x \geq 3$$

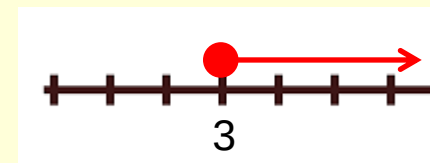
$$-11 - 3 \leq 2x \qquad 2x \leq 11 - 3$$

$$-14 \leq 2x \qquad 2x \leq 8$$

$$-7 \leq x \qquad x \leq 4$$

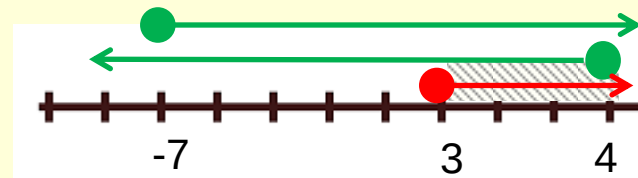


$$K_1 = \langle -7, 4 \rangle$$



$$K_2 = \langle 3, \infty \rangle$$

$$D(f) = K_1 \cap K_2 = \langle 3, 4 \rangle$$



Kontrolka: Vyberte, ktorá z daných funkcií má definičný obor $D(f) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$.

a) $y = \sqrt[4]{x+2}$,

b) $y = \log_{0,5} x$,

c) $y = \sqrt[5]{\frac{1}{x}}$.

Pr. 7: Určte definičný obor funkcie:

$$f: y = \log_{\frac{1}{4}} \sqrt{x^2 + 4x} + \sqrt[6]{\log_5 \frac{x}{x+2}}$$

$$D(f) = (-\infty, -4)$$

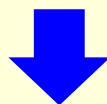
Pr. 8 - str. 7 / 24: Určte definičný obor funkcie:

$$f: y = \sqrt{\log_2 \frac{3x}{x-3}} \quad \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup (3, \infty)$$

z podmienky pre odmocninu: $\log_2 \frac{3x}{x-3} \geq 0$

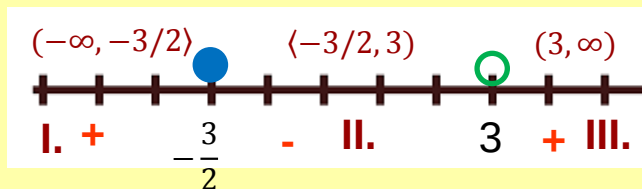
z podmienky pre logaritmus: ak $a = 2 > 1 \rightarrow \log_2 \frac{3x}{x-3} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3x}{x-3} \geq 1$

z podmienky pre zlomok: $x - 3 \neq 0$



Intervalová metóda:

NB: $-\frac{3}{2}, 3$



$$\frac{3x}{x-3} \geq 1 \quad \wedge \quad x - 3 \neq 0$$

$$\frac{3x}{x-3} - 1 \geq 0$$

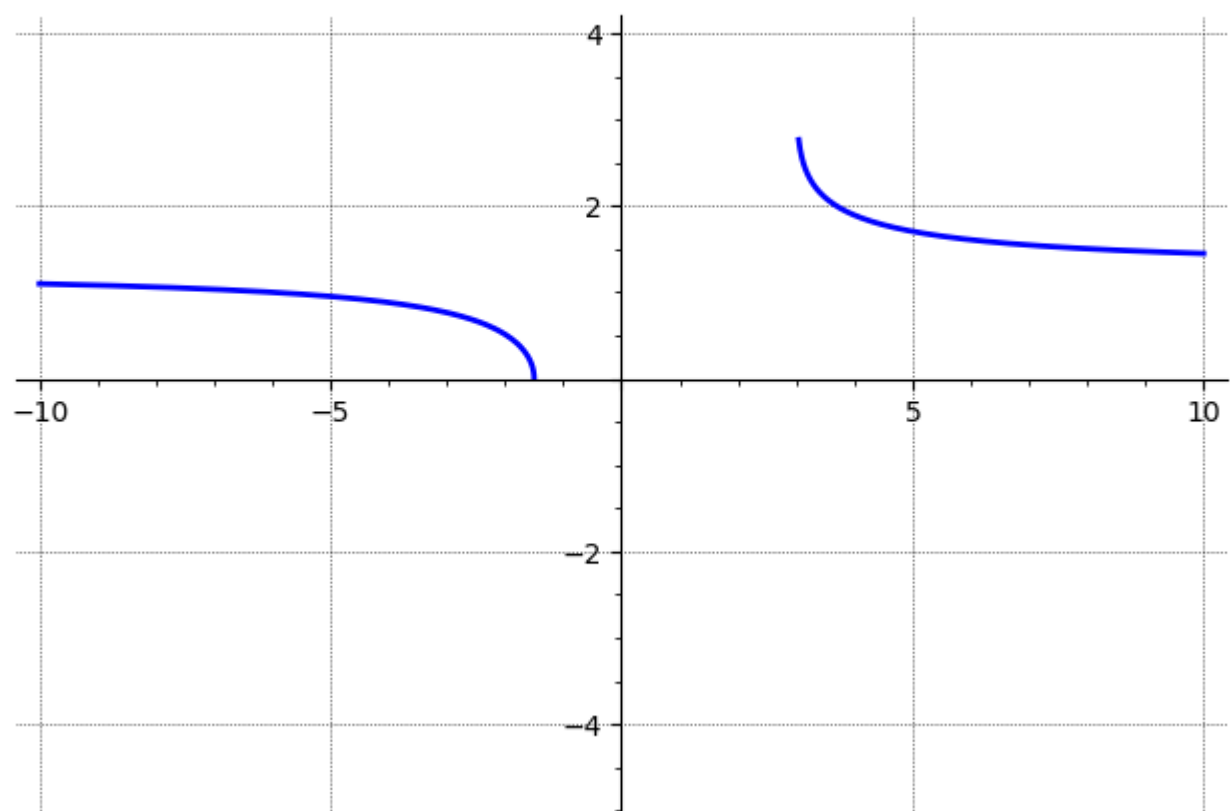
$$\frac{3x - x + 3}{x-3} \geq 0$$

$$\frac{2x + 3}{x-3} \geq 0$$

$$x \neq 3$$

$$D(f) = (-\infty, -3/2) \cup (3, \infty)$$

$$D_f = (-\infty, -\frac{3}{2}) \cup (3, \infty)$$



Pr. 9: Určte definičný obor funkcie:

$$f: y = \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{x^2 - x - 2} + \sqrt[6]{\log_{0,5}(x + 3)}$$

$$D(f) = (-3, -2)$$

Pr. 10: Určte definičný obor funkcie:

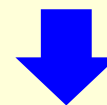
$$f: y = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(4x - 3)} + \sqrt[7]{\frac{x^3 + 4x}{x - 1}}$$

$$D(f) = \left(\frac{3}{4}, 1\right)$$

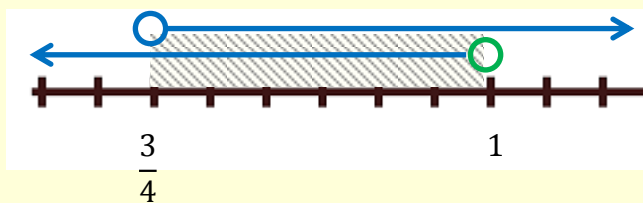
z podmienky pre odmocninu: $\log_{\frac{1}{3}}(4x - 3) \geq 0$

z podmienky pre logaritmus: ak $0 < a = \frac{1}{3} < 1 \rightarrow \log_2(4x - 3) \geq 0 \Leftrightarrow 0 < 4x - 3 \leq 1$

z podmienky pre zlomok: $x - 1 \neq 0$



$$\begin{array}{lll} x - 1 \neq 0 & \wedge & 0 < 4x - 3 & \wedge & 4x - 3 \leq 1 \\ x \neq 1 & & 3 < 4x & & 4x \leq 1 + 3 \\ & & \frac{3}{4} < x & & 4x \leq 4 \\ & & & & x \leq 1 \end{array}$$



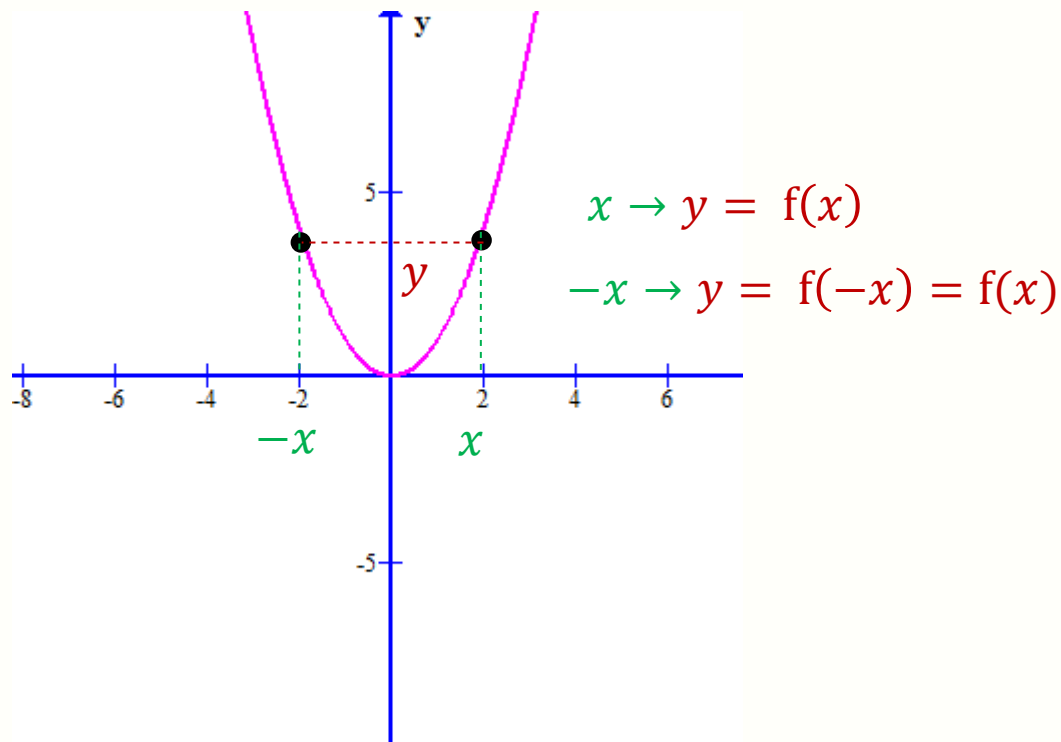
$$D(f) = \left(\frac{3}{4}, 1\right)$$

Dú: str. 6-9 / 12, 14, 19, 20, 22, 25, 26, 37, 39, 45, 46, 48, 49, 54, 55, 56, 58

Párnosť a nepárnosť funkcie

Párna funkcia:

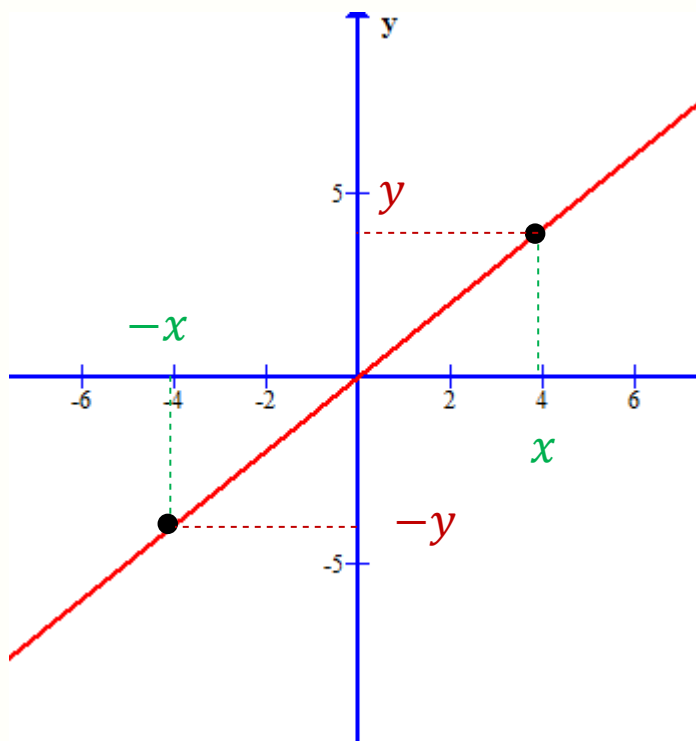
$$x, -x \in D(f), f(x) = f(-x)$$



Graf je súmerný podľa osi y .

nepárna funkcia:

$$x, -x \in D(f), f(-x) = -f(x)$$



$$x \rightarrow y = f(x)$$

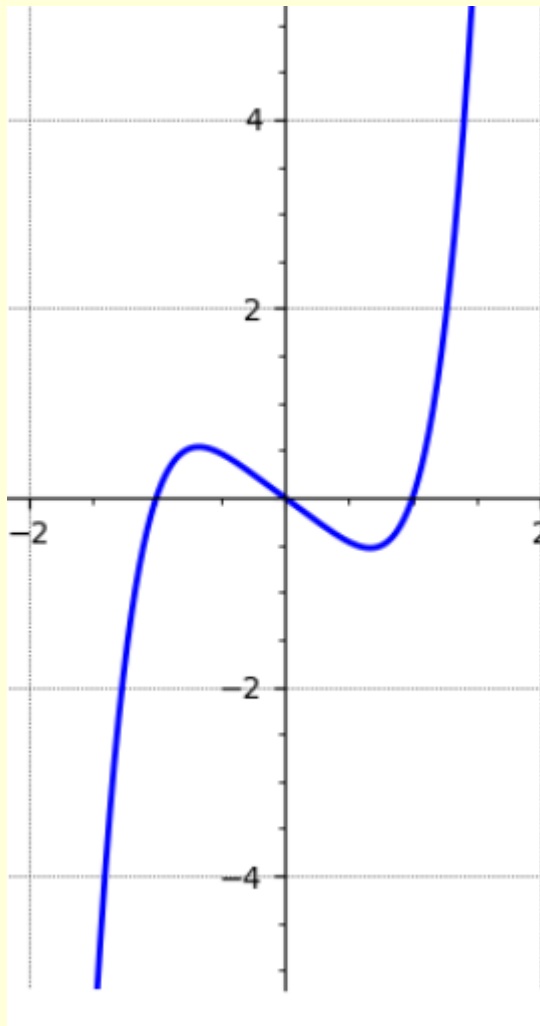
$$\begin{aligned} -x &\rightarrow -y = f(-x) \neq f(x) \\ -y &= f(-x) = -f(x) \end{aligned}$$

Graf je stredovo súmerný podľa bodu (0, 0)

Ani párna ani nepárna funkcia: nespĺňa predchádzajúce podmienky pre párnú a nepárnú funkciu

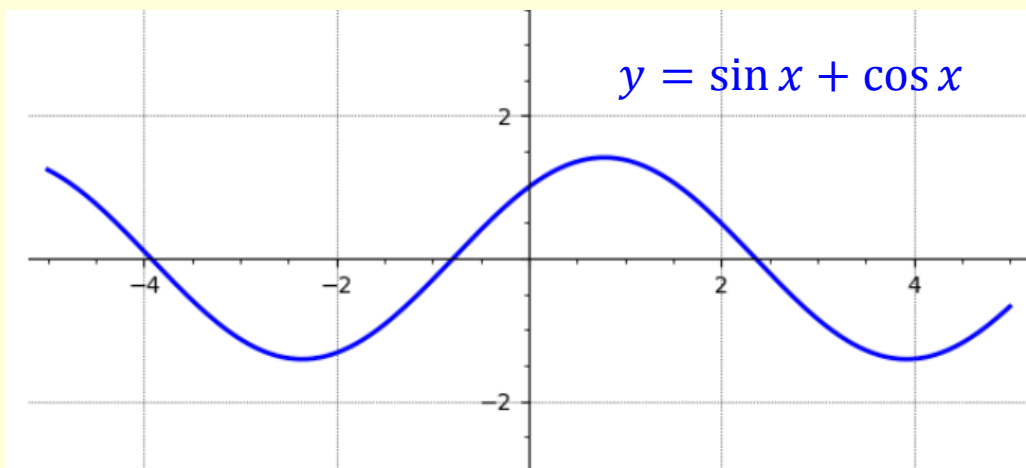
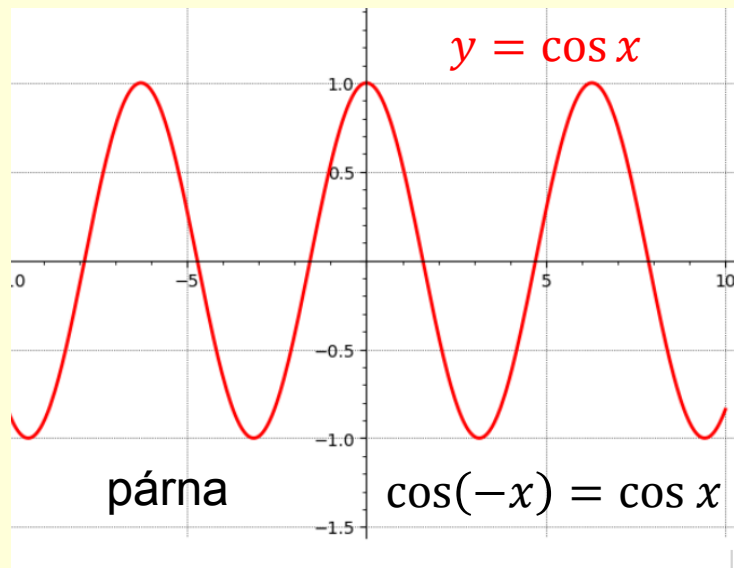
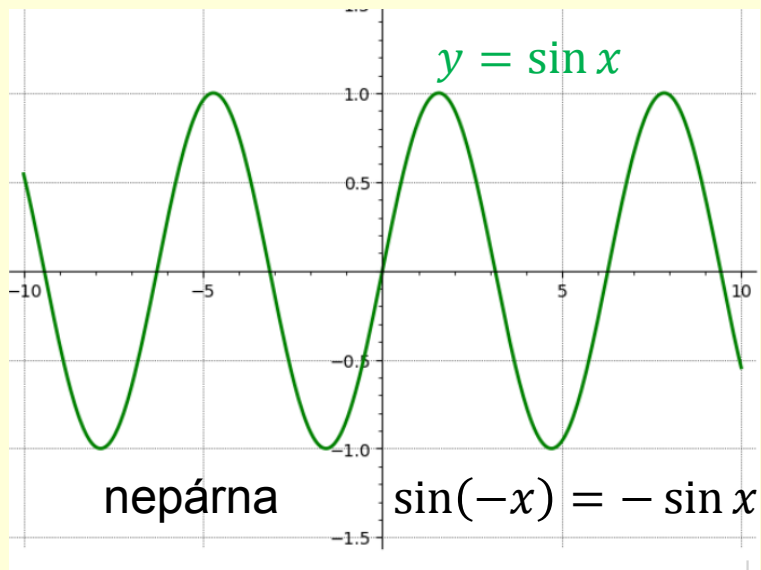
Pr. 1 – 13 / 1

$$f : y = x^5 - x$$



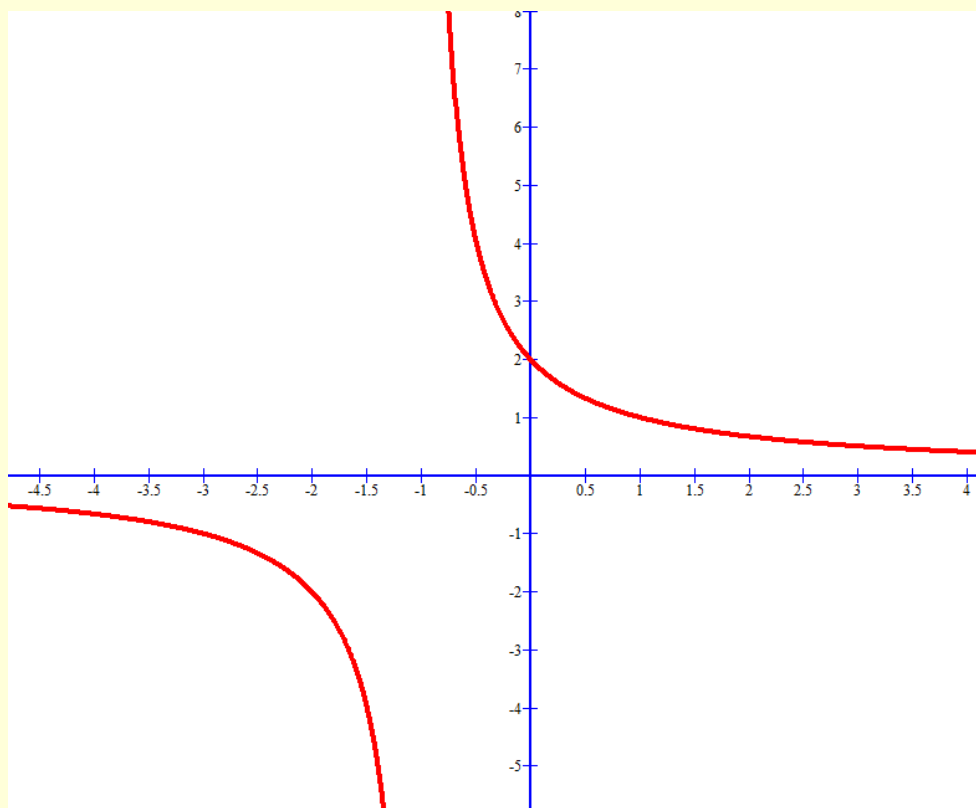
Pr. 2 – 13 / 3

$$f : y = \sin x + \cos x$$



Pr. 3:

$$f: y = \frac{2}{x+1}$$



$$f : y = \frac{\cos x}{x}$$

nepárna

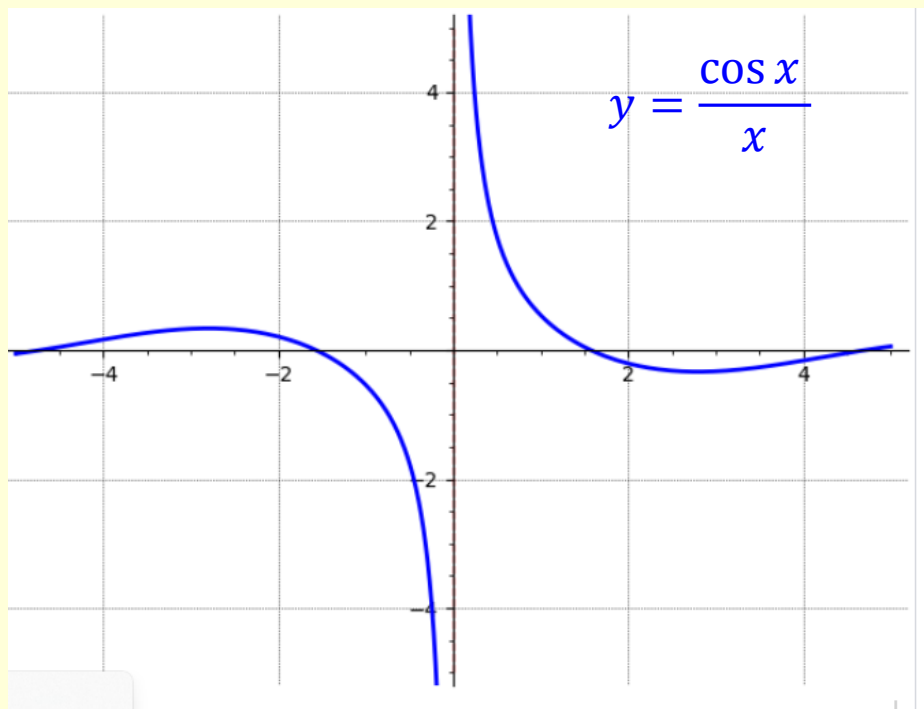
$$D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$f(-x) = \frac{\cos(-x)}{-x} = \frac{\cos x}{-x} = -\frac{\cos x}{x}$$

$$f(-x) = -f(x) \text{ funkcia je nepárna}$$

Funkcia kosínus je párna:

$$\cos(-x) = \cos x$$



Z grafu vidieť, že funkcia je symetrická podľa počiatku – je nepárna

$$f : y = x^2 + \sin x^2$$

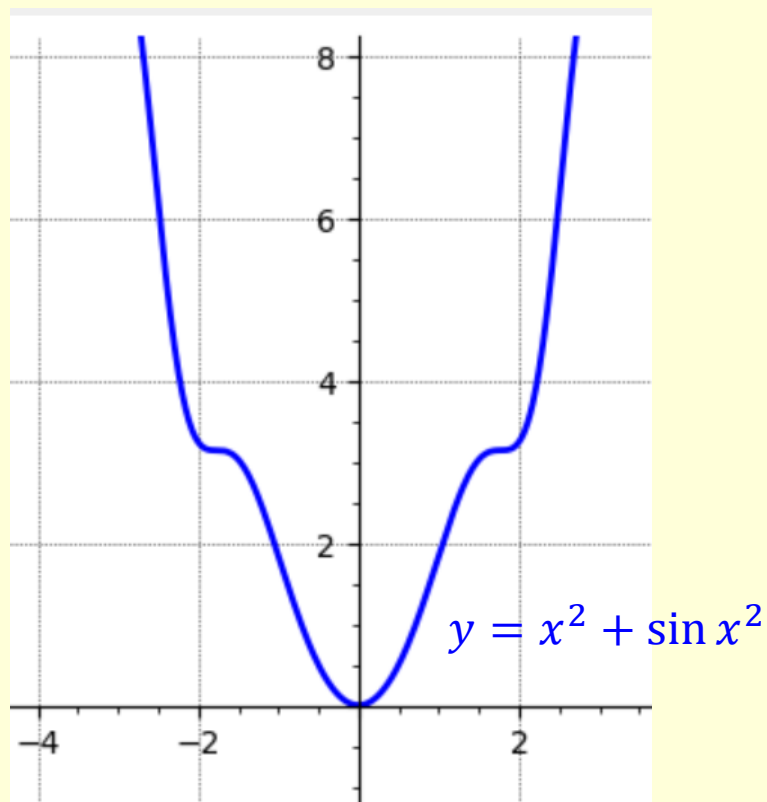
párna

$$D(f) = R$$

$$f(-x) = (-x)^2 + \sin(-x)^2 = x^2 + \sin x^2$$

$$f(-x) = f(x) \text{ funkcia je párna}$$

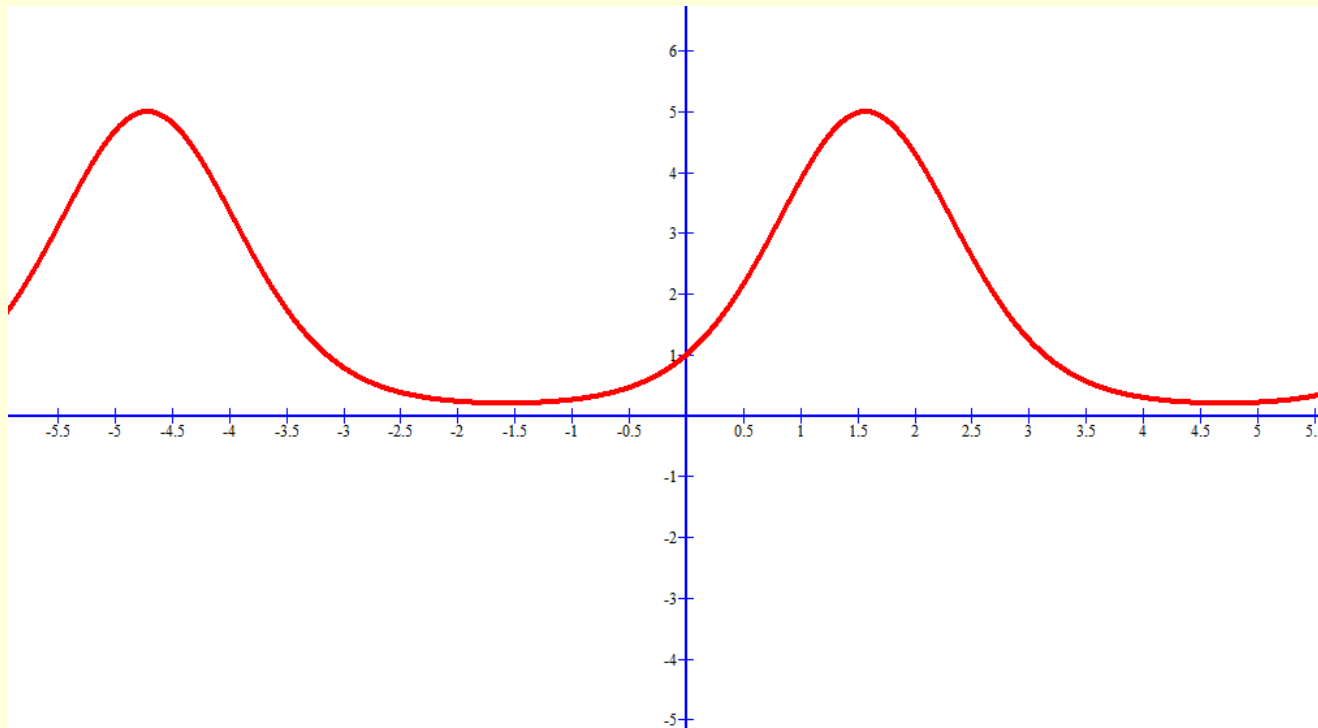
Funkcia x^2 je párna:
 $(-x)^2 = x^2$



Z grafu vidieť, že funkcia je symetrická podľa osi y – je párna

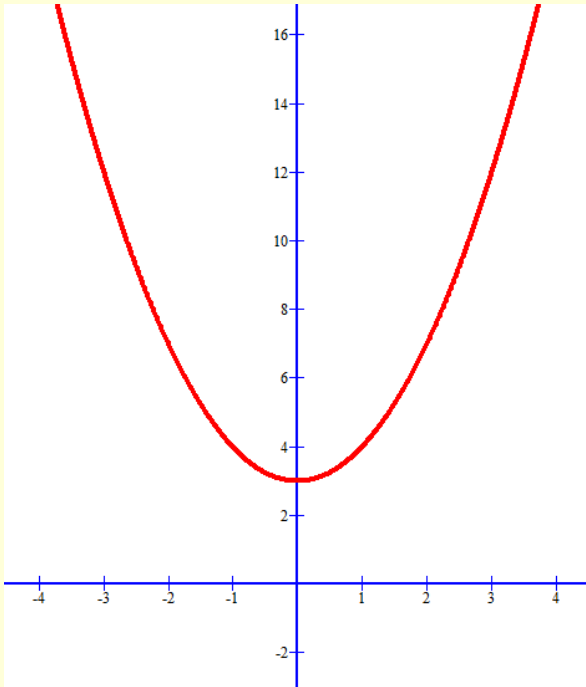
Pr. 6:

$$f: y = 5^{\sin x}$$

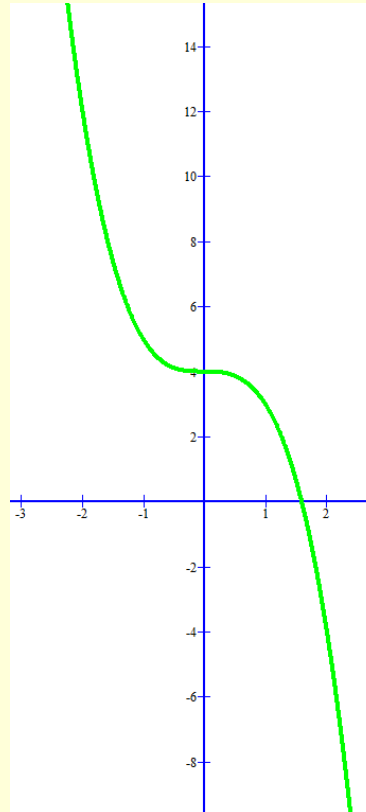


Kontrolka: Vyberte, ktorá z daných funkcií nie je ani párna ani nepárna

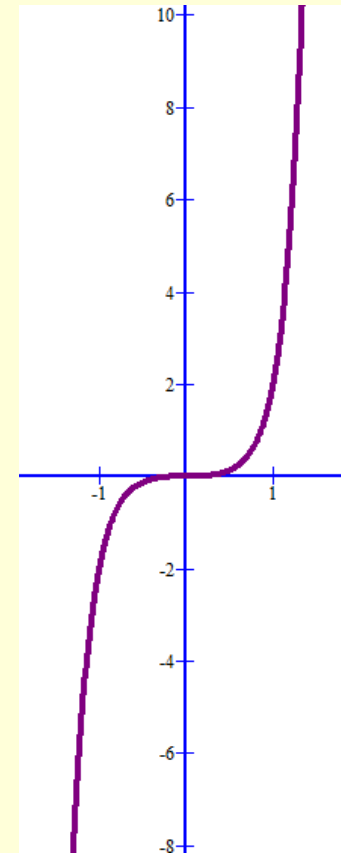
a) $y = x^2 + 3$,



b) $y = -x^3 + 4$,



c) $y = x^7 + x^3$.



Dú: str.13 / 2, 6, 8, 10, 16