

V. RIZIKO A VÝNOS

0. Charakteristiky polohy a variability

V praxi často sledujeme priemerné (očakávané) tempo rastu výroby, priemerné ceny, priemerné mzdy a pod. Používame pri tom jednoduchý aritmetický priemer hodnôt sledovaného kvantitatívneho znaku. Podobnú základnú, informáciu o rozložení náhodnej premennej X poskytuje **stredná (očakávaná) hodnota** $\mu = E(X)$ náhodnej premennej X (tzv. charakteristika polohy), kde

$$E(X) = \sum_i x_i \cdot p_i, \text{ resp. } E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

pre diskretnú, resp. pre spojitú náhodnú premennú. Nech postupnosť hodnôt $x_1, \dots, x_n$ predstavuje nezávislé realizácie náhodnej premennej X , potom pre veľké n je stredná hodnota $E(X)$ nahradená aritmetickým priemerom $\bar{x}$

$$E(X) \approx \bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + \dots + x_n).$$

Aritmetický priemer $\bar{x}$ je štatistickým odhadom strednej hodnoty $E(X)$.

Charakteristikou variability náhodnej premennej je **rozptyl** (variancia, disperzia) $D(X)$ pričom

$$D(X) = E([X - E(X)]^2).$$

Druhá odmocnina z rozptylu je **smerodajná odchýlka** $\sigma = \sigma_X = \sqrt{D(X)}$. Ako odhad smerodajnej odchýlky sa používa štatistická smerodajná odchýlka

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

Najdôležitejším rozdelením spojitej náhodnej premennej je **normálne rozdelenie** $N(\mu, \sigma^2)$, kde hustota pravdepodobnosti je daná vzťahom

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad x \in R, \quad \mu = E(X), \quad \sigma = \sigma_X = \sqrt{D(X)}.$$

Rozdelenie $N(0,1)$ nazývame **normované normálne rozdelenie**.

Prostriedkom merania „tesnosti“ vzťahu medzi dvoma náhodnými premennými je **kovariancia** a je definovaná vzťahom

$$\text{Cov}_{XY} = E\{[X - E(X)] \cdot [Y - E(Y)]\} = E(XY) - E(X) \cdot E(Y).$$

Štatistickým odhadom kovariancie $Cov_{X_i Y_i}$ je

$$k_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - \bar{x} \cdot \bar{y}.$$

Maticu

$$\begin{pmatrix} \sigma_1^2 & Cov_{12} & \dots & Cov_{1s} \\ Cov_{21} & \sigma_2^2 & \dots & Cov_{2s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Cov_{s1} & Cov_{s2} & \dots & \sigma_s^2 \end{pmatrix}$$

nazývame **kovariančnou maticou** a môžeme ju nahradiť maticou

$$\begin{pmatrix} \sigma_1^2 & k_{12} & \dots & k_{1s} \\ k_{21} & \sigma_2^2 & \dots & k_{2s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{s1} & k_{s2} & \dots & \sigma_s^2 \end{pmatrix}.$$

Mieru lineárnej závislosti medzi náhodnými premennými X, Y udáva **koeficient korelácie** $Corr_{XY}$ a je daný vzťahom

$$Corr_{XY} = \frac{Cov_{XY}}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}.$$

Štatistickým odhadom koeficientu korelácie je

$$\rho_{xy} = \frac{k_{xy}}{s_x \cdot s_y}.$$

Koeficient korelácie nadobúda hodnoty z intervalu $\langle -1, 1 \rangle$. Ak je koeficient korelácie $Corr_{XY}$ nulový, hovoríme, že náhodné premenné X, Y sú nekorelované. Maticu

$$\begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1s} \\ \rho_{21} & 1 & \dots & \rho_{2s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{s1} & \rho_{s2} & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

kde $\rho_{ij} = \rho_{ji}$ nazývame **korelačnou maticou**.

1. Finančné riziko

Finančné transakcie sú ovplyvňované mnohými náhodnými faktormi, ktorých dopad na konkrétnu ekonomickú veličinu zväčša nie je možné presne určiť. Veličinu vtedy považujeme za náhodnú veličinu. Snažíme sa stanoviť jej očakávanú hodnotu, prípadne variabilitu. V tejto kapitole budú takýmito veličinami budúce miery výnosu a riziká kapitálových aktív.

Mierou výnosu (výnosnosťou) aktíva za isté časové obdobie nazveme podiel hodnoty dodatočných finančných tokov z aktíva s hodnotou aktíva na začiatku obdobia. Kvôli názornosti pod aktívami budeme rozumieť zväčša rizikové cenné papiere a budeme uvažovať obdobie v dĺžke jedného roka, hoci nasledujúce úvahy budú mať všeobecnú platnosť.

Budeme používať takéto označenie:

r - miera výnosu cenného papiera alebo portfólia,
 $\bar{r}$ - stredná (očakávaná) hodnota miery výnosu,
 σ - smerodajná odchýlka (riziko) miery výnosu,
 k_{ij} - kovariancia výnosnosti medzi i -tým a j -tým cenným papierom,
 ρ_{ij} - korelácia medzi i -tým a j -tým cenným papierom,
 w_i - váha i -tého cenného papiera.

Uvažujme portfólio vytvorené z n rizikových cenných papierov (alebo portfólií, či iných aktív) s očakávanými mierami výnosu $\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_n$ a kovariančnou maticou

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1s} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{s1} & k_{s2} & \dots & k_{ss} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1\sigma_2\rho_{12} & \dots & \sigma_1\sigma_s\rho_{1s} \\ \sigma_2\sigma_1\rho_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_2\sigma_s\rho_{2s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_s\sigma_1\rho_{s1} & \sigma_s\sigma_2\rho_{s2} & \dots & \sigma_s^2 \end{pmatrix}, \text{ kde } k_{ii} = \sigma_i^2 \text{ je rozptyl miery}$$

výnosu i -tého cenného papiera (ďalej len CP) a $k_{ij} = \sigma_i\sigma_j\rho_{ij}$ je kovariancia miery výnosu i -tého a j -tého CP a ρ_{ij} je korelácia medzi i -tým a j -tým CP (pozri prílohy).

Nech $w_1, w_2, \dots, w_n$ sú váhy príslušnej kombinácie ($w_i \geq 0$ a $\sum_{i=1}^n w_i = 1$), váha w_i je pomerná časť hodnoty i -tého CP z hodnoty celého portfólia.

Pre strednú hodnotu $\bar{r}_p$ a smerodajnú odchýlku σ_p miery výnosu portfólia platí

$$\bar{r}_p = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \bar{r}_i$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot k_{ij} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{w}^T,$$

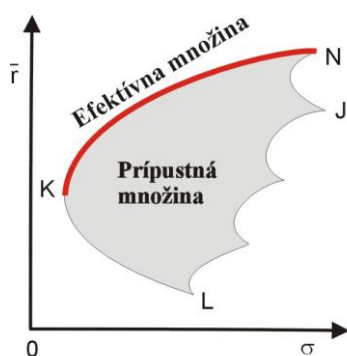
kde $\mathbf{w}$ je riadkový vektor váh a $\mathbf{w}^T$ je odpovedajúci stĺpcový vektor váh.

Ak uvažujeme portfólio vytvorené z dvoch CP s očakávanými mierami výnosu $\bar{r}_1$ a $\bar{r}_2$, smerodajnými odchýlkami σ_1 a σ_2 a váhami w a $1-w$, potom

$$\bar{r}_P = w \cdot \bar{r}_1 + (1-w) \cdot \bar{r}_2$$

$$\sigma_P^2 = w^2 \cdot \sigma_1^2 + 2w(1-w)\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12} + (1-w)^2 \cdot \sigma_2^2.$$

Prípustná množina portfólií vytvorených z viacerých CP má tvar dáždika. Dôvodom je, že riziko portfólia závisí aj od korelácie medzi cennými papiermi, čo spôsobuje zakrivenie v grafe výnos–riziko. Počet „cípov“ závisí od počtu aktív a ich vzájomných korelácií. Body J, K na obrázku reprezentujú portfóliá s najväčším a najmenším možným rizikom v danej prípustnej množine portfólií a body L, N predstavujú portfóliá s najmenšou a najväčšou možnou očakávanou mierou výnosu.



Efektívne portfólio má spomedzi prvkov prípustnej množiny najväčšiu očakávanú mieru výnosu pri danej smerodajnej odchýlke miery výnosu a súčasne najmenšiu smerodajnú odchýlku pri danej očakávanej miere výnosu.

Efektívnou množinou nazývame množinu efektívnych portfólií.

Príklad. Nech portfólio P je tvorené akciami A, B, C podľa tabuľky

Akcie	Počet	Cena jednej akcie	Miery výnosu
A	100	40	0.12, 0.10, 0.13, 0.14, 0.11
B	100	50	0.09, 0.08, 0.07, 0.10, 0.09
C	200	30	0.19, 0.18, 0.20, 0.18, 0.21

Aký je odhad strednej hodnoty a smerodajnej odchýlky miery výnosu tohto portfólia, ak výnosy za obdobie posledných 5 rokov boli také, ako je uvedené v tabuľke.

2. Priamka kapitálového trhu

Uvažujme portfóliá vytvorené zo skupiny rizikových CP a s časťou investície v **bezrizikovom aktíve** (napríklad štátne dlhopisy), ktoré je určené zaručenou mierou výnosu r_f a nulovou smerodajnou odchýlkou miery výnosu. Portfólio M s parametrami $\bar{r}_M, \sigma_M$ sa nazýva **trhové portfólio**, v ktorom je každý CP zastúpený takou pomernou časťou w_i ako na celom trhu rizikových CP.

Bod M (trhové portfólio) leží:

- na efektívnej hranici
- v bode dotyku s priamkou kapitálového trhu (CML).

Bod M musí byť:

- efektívny
- mať najlepší pomer výnos/riziko.

Priamka kapitálového trhu (CML – Capital Market Line) je priamka, ktorá:

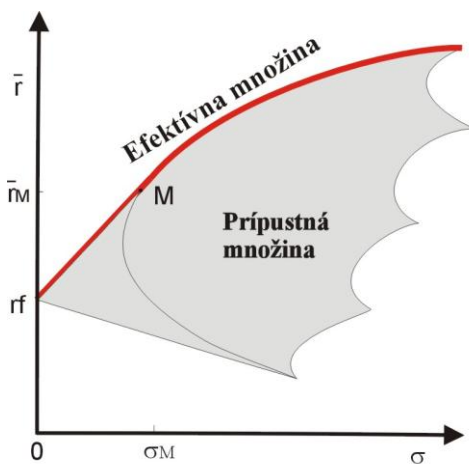
- začína v bode **bezrizikovej úrokovej miery** $r_f = (0, r_f)$
- je dotyčnicou k **efektívnej množine rizikových portfólií**
- prechádza bodom **trhového portfólia** $M = (\sigma_M, \bar{r}_M)$
- jej rovnica má tvar

$$\bar{r}_P = r_f + \frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M} \sigma_P,$$

- ukazuje najlepšiu možnú kombináciu výnosu a rizika (je **efektívnou množinou portfólií**), ktorú môže investor dosiahnuť kombináciou bezrizikového aktíva (napr. štátne dlhopisy) a trhového portfólia rizikových aktív.

Priamka kapitálového trhu vyjadruje vzťah medzi:

- očakávaným výnosom **portfólia**
- rizikom efektívnych portfólií, ak existuje bezrizikové aktívum.



Příklad. Nech bezriziková miera je 2 %, výnos trhu je 8 % a riziko trhu je 15 %. Investor chce portfólio s rizikom 10 %. Aký bude očakávaný výnos?

3. Priamka trhu cenných papierov

Priamka kapitálového trhu sa týkala len efektívnych portfólií. Podobný vzťah sa dá odvodiť aj pre ľubovoľné **prípustné portfólio**. V tomto prípade hovoríme o **priamke trhu cenných papierov** (*SML* – Security Market Line)

$$r_i = r_f + (\bar{r}_M - r_f)\beta_i,$$

kde $\beta_i = \frac{Cov(r_i, \bar{r}_M)}{\sigma_M^2} = Corr(r_i, \bar{r}_M) \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma_M}$ je **koefficient** vyjadrujúci **mieru rizika** *i*-teho cenného papiera. Hovoríme mu aj **systematické riziko**. Je to trhové riziko, ktoré ovplyvňuje všetky aktíva (celý trh) a nedá sa eliminovať diverzifikáciou.

Priamka trhu cenných papierov vyjadruje **vzťah medzi**:

- očakávaným výnosom **aktíva**
- jeho systematickým rizikom (β – beta), ak existuje bezrizikové aktívum.

Beta meria, ako silno reaguje akcia (investícia) na pohyby trhu.

Ak $\beta_i > 1$, investícia je agresívna-prudko reaguje na zmenu výnosov trhového portfólia, je rizikovejšia ako trh.

Ak $\beta_i < 1$, investícia je defenzívna-nevýrazné zmeny pri zmene výnosov trhového portfólia, je menej riziková ako trh.

Ak $\beta_i = 1$, ako sa mení trh, tak sa mení aj investícia.

Priamka kapitálového trhu ukazuje, aký výnos by mala mať akcia vzhľadom na jej riziko β .

Ak leží nad priamkou → je podhodnotená (má vyšší výnos než by mala mať).

Ak leží pod priamkou → je nadhodnotená (má nižší výnos než by mala mať).

Poznámka. Podrobnejšie sa s danou tematikou môžete oboznámiť v [Cipra, T.: *Finanční matematika v praxi*].

4. Investovanie

Investovanie je činnosť zameraná na umiestnenie a rozloženie peňažných prostriedkov investora s cieľom ich budúceho zhodnotenia alebo získania výnosu plynúceho z rozdielu ceny, za ktorú nakúpime a predáme konkrétnu investíciu alebo výnosu vo forme úroku, či dividendy. Je jedným zo spôsobov, ako budovať majetok a zlepšiť si finančnú situáciu v budúcnosti.

- investovanie možno považovať za vyššiu a sofistikovanejšiu formu sporenia, kedy sa snažíme vyššou mierou zhodnotiť svoje úspory, a to na úkor súčasnej spotreby,
- ide teda o činnosť zameranú na umiestňovanie finančných prostriedkov, ktoré máme v súčasnosti k dispozícii, do rôznych finančných nástrojov, či aktív za účelom ich vyššieho zhodnotenia, zároveň slúži na vytváranie si istej rezervy do budúcnosti,
- svoje financie môžeme, okrem ich uloženia na rôzne formy účtov v bankách (napr. termínovaný účet), investovať napr. do kúpy nehnuteľností, drahých kovov, umenia, či do kúpy cenných papierov, môžeme tiež využiť investičné životné poistenie,

- pri investovaní znášame riziko, že o vložené peniaze prídeme; spravidla platí, že čím vyšší výnos, tým vyššiemu riziku čelíme,
- je preto dôležité investíciu rozdeliť do viacerých aktív a tým rozložiť riziko investície.

Do čoho môžeme investovať

- **do reálnych aktív** – napr. kúpa nehnuteľnosti, umeleckého diela, komodity (suroviny) alebo drahých kovov,
- **do „nehmotných“ aktív alebo inak povedané do sporenia** – napr. využívanie sporiacich účtov, stavebných sporení, investičného poistenia alebo doplnkového dôchodkového sporenia,
- **do nástrojov kapitálového trhu** – t. j. obchodovanie s cennými papiermi (dlhopisy, akcie a pod.) na burze alebo na mimoburzovom trhu.

Pri investovaní spravidla platí, že čím vyšší výnos očakávame, tým budeme musieť čeliť vyššiemu riziku. Nesprávnym investovaním môžeme prísť o časť, či celú investíciu. Jednou z možností ako účelne riziku čeliť, je investíciu rozložiť do viacerých nástrojov či aktív, odborne tomu vravíme diverzifikácia portfólia. Tým docielime rozloženie rizika a zvýšime pravdepodobnosť návratnosti investície. Pravdepodobnosť a výška prípadnej straty záleží od rizikového profilu zvoleného aktíva.

Spôsoby investovania

- **individuálne** – ide o spôsob investovania, kedy sa sami staráme o svoje investície, sami si vyberáme, kam budeme investovať (do čoho budeme investovať, do akého finančného nástroja, ktorý si sami vyberieme, ako napr. konkrétne akcie, dlhopisy, či iné finančné nástroje), na ako dlho, aký chceme mať výnos a aké riziko podstúpime,
- **kolektívne** – ide o spôsob investovania, kedy skupina investorov spojí svoj majetok (financie) a zverí ho do správy finančnej inštitúcie za stanovený poplatok, všetky povinnosti spojené s nákupom a predajom prechádzajú na plecia správcu fondu, pričom do kolektívneho investovania môže investovať aj jednotlivec, ktorý nie je znalý trhu s cennými papiermi; kolektívne investovanie sa uskutočňuje prostredníctvom fondov, ktoré za neho vykonávajú nákup finančných nástrojov a jednotlivec si zvyčajne vyberá, do akého druhu fondu, či rôznych fondov vloží prostriedky.

Investičná stratégia závisí aj od toho, akým spôsobom plánujete investovať, či individuálne alebo kolektívne. V prípade individuálneho investora si sám investor určuje v jednotlivých prípadoch do ktorých konkrétnych akcií, dlhopisov alebo iných finančných nástrojov investuje. V prípade kolektívneho investovania si investor vyberá druh fondu, do ktorého má záujem investovať. Avšak v tomto prípade konkrétne finančné nástroje za neho vyberá samotný fond.

Zhrnutie

Miera výnosu portfólia

$$\bar{r}_P = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \bar{r}_i$$

(n - zložkové portfólio)

Rozptyl výnosu portfólia

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot k_{ij} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{w}^T$$

(n - zložkové portfólio)

Miera výnosu portfólia

$$\bar{r}_P = w \cdot \bar{r}_1 + (1 - w) \cdot \bar{r}_2$$

(2 - zložkové portfólio)

Rozptyl výnosu portfólia

$$\sigma_P^2 = w^2 \cdot \sigma_1^2 + 2w(1 - w)\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12} + (1 - w)^2 \cdot \sigma_2^2$$

(2 - zložkové portfólio)

Priamka kapitálového trhu

$$\bar{r}_P = r_f + \frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M} \sigma_P$$

Priamka trhu cenných papierov

$$r_i = r_f + (\bar{r}_M - r_F) \beta_i$$