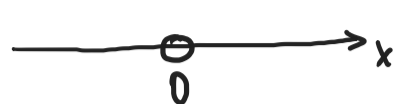


VYŠETROVANIE VYBRANÝCH VLASTNOSTÍ F-CIE

PRÍKLAD: VYŠETRIEME MONOTÓNNOŠŤ A LOKÁLNE EXTREMY F-CIE $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2+4}{x}$

$f(x) = \frac{x^2+4}{x}$

1) NÁJDEME $D(f) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ 

2) VYPOČÍTAME A UPRAVIŠTE 1. DERIVÁCIU F-CIE

$f'(x) = \frac{2x \cdot x - (x^2+4) \cdot 1}{x^2} = \frac{2x^2 - x^2 - 4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x^2}$

3) NÁJDEME BODY, V KTORÝCH SA MÔŽE MENIŤ MONOTÓNNOŠŤ F-CIE

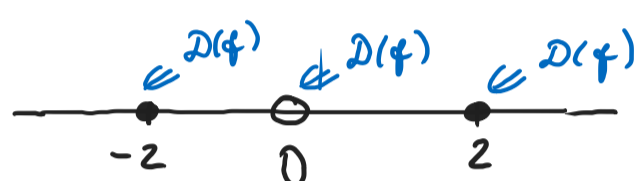
a) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow$ ČITATEĽ 1. DERIVÁCIE = 0 \Rightarrow STACIONÁRNE BODY (SB)

b) $f'(x)$ - NEEXISTUJE \Leftrightarrow MENOVATEĽ 1. DERIV. = 0

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2 \rightarrow$ SB

$f'(x)$ - NEEX $\Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

4) BODY ZÍŠKANÉ V KROKU 3 ROZDEĽIA $D(f)$ NA PODINTERVALY NA KTORÝCH ZISTÍME ZNAMENKO 1. DERIVÁCIE



5) VYTVOŘÍME TABUĽKU - DOSADZOVANÍM LUBOVOLNĚHO VNÚTORNĚHO BODU

Z PRÍSLUŠNĚHO INTERVALU URČÍME ZNAMENKO 1. DERIVÁCIE \Rightarrow (AK $f' > 0 \Rightarrow f \nearrow$)
(AK $f' < 0 \Rightarrow f \searrow$)

	$(-\infty, -2)$	-2	$(-2, 0)$	0	$(0, 2)$	2	$(2, \infty)$
f'	+		-	*	-		+
f	\nearrow	MAX	\searrow	*	\searrow	MIN	\nearrow

$f'(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x^2}$

6) NÁJDEME LOKÁLNE EXTREMY F-CIE - AK EXISTUJÚ

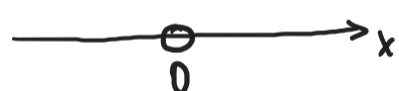
a) AK PLATÍ \searrow SB $\nearrow \Rightarrow$ V SB JE LOK. MIN

b) AK PLATÍ \nearrow SB $\searrow \Rightarrow$ V SB JE LOK. MAX

$\left. \begin{matrix} a) \\ b) \end{matrix} \right\} \boxed{SB \in D(f)} ! !$

PRÍKLAD: VYŠETRIEME KONVEKNOŠŤ, KONKÁVNOSŤ A INFLEX. BODY F-CIE $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2+4}{x}$

$f(x) = \frac{x^2+4}{x}$

1) NÁJDEME $D(f) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ 

2) VYPOČÍTAME A UPRAVIŠTE 2. DERIVÁCIU F-CIE

$f'(x) = \frac{x^2-4}{x^2} \Rightarrow f''(x) = \frac{2x \cdot x^2 - (x^2-4) \cdot 2x}{x^4} = \frac{2x^3 - 2x^3 + 8x}{x^4} = \frac{8x}{x^4} = \frac{8}{x^3}$

3) NÁJDEME BODY, V KTORÝCH SA MÔŽE MENIŤ KONVEKN. A KONKÁVNOSŤ F-CIE

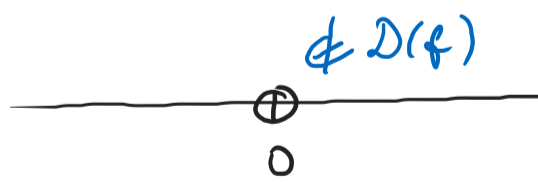
a) $f''(x) = 0 \Leftrightarrow$ ČITATEĽ 2. DERIVÁCIE = 0 \Rightarrow BODY X.

b) $f''(x)$ - NEEXISTUJE \Leftrightarrow MENOVATEĽ 2. DERIV. = 0

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 8 \neq 0 \Leftrightarrow$ NIKDY \Rightarrow IB NEEXISTUJÚ

$f''(x)$ - NEEX $\Leftrightarrow x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

4) BODY ZÍŠKANÉ V KROKU 3 ROZDEĽIA $D(f)$ NA PODINTERVALY, NA KTORÝCH ZISTÍME ZNAMENKO 2. DERIVÁCIE



5) VYTVOŘÍME TABUĽKU - DOSADZOVANÍM LUBOVOLNĚHO VNÚTORNĚHO BODU

Z PRÍSLUŠNĚHO INTERVALU URČÍME ZNAMENKO 2. DERIVÁCIE \Rightarrow (AK $f'' > 0 \Rightarrow f \cup$)
(AK $f'' < 0 \Rightarrow f \cap$)

	$(-\infty, 0)$	0	$(0, \infty)$
f''	-	*	+
f	\cap	*	\cup

$f''(x) = \frac{8}{x^3}$

6) NÁJDEME INFLEXNÉ BODY F-CIE - AK EXISTUJÚ

a) AK PLATÍ \cup X₀ $\cap \Rightarrow$ V X₀ JE IB

b) AK PLATÍ \cap X₀ $\cup \Rightarrow$ V X₀ JE IB

$\left. \begin{matrix} a) \\ b) \end{matrix} \right\} \boxed{X_0 \in D(f)} ! !$