

NMPaMŠ – pomocný 2

Sústavy lineárnych rovníc

Cramerovo pravidlo pre sústavu LR ($n = 3$)

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3$$



Riešenie:

$$x_1 = \frac{D_1}{D}, \quad x_2 = \frac{D_2}{D}, \quad x_3 = \frac{D_3}{D}$$

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0$$

– môžeme použiť Cramerovo pravidlo

$$D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$



$$D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}$$



$$D_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$



Riešenie sústavy zapíšeme v tvare $(x_1, x_2, x_3)^T$

Parciálna derivácia

Zápis: parciálna derivácia funkcie $f(x, y)$ podľa x : $f'_x = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$

parciálna derivácia funkcie $f(x, y)$ podľa y : $f'_y = \frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$

- pri parciálnej derivácii používame tie isté vzorce a vzťahy ako pri derivácii,
- ak derivujeme podľa x , pokladáme neznámu y za konštantu,
- ak derivujeme podľa y , pokladáme neznámu x za konštantu,
- funkciu dvoch premenných potom derivujeme ako funkciu s jednou premennou x alebo y .

Príklad: $f(x) = 3xy^2 + 5x - x^3y - y$

$$f'_x = 3 \cdot 1 y^2 + 5 \cdot 1 - 3x^{3-1}y - 0 = 3y^2 + 5 - 3x^2y$$

$$f'_y = 3x2y^{2-1} + 0 - x^3 \cdot 1 - 1 = 3x2y - x^3 - 1$$

Derivácia funkcie

Označenie derivácie funkcie v bode x_0 : $f'(x_0)$

Pravidlá pre výpočet derivácie funkcie:

$$\begin{aligned}[cf(x)]' &= cf'(x) \quad c \in \mathbb{R} \\ [f(x) + g(x)]' &= f'(x) + g'(x) \\ [f(x)g(x)]' &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \\ \left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' &= \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)} \\ [f(g(x))]' &= f'(g(x))g'(x).\end{aligned}$$

Derivácie elementárnych funkcií:

- $[c]' = 0$ $[x]' = 1$
- $[x^\alpha]' = \alpha x^{\alpha-1}, \alpha \in \mathbb{R}$
- $[\sin x]' = \cos x$
- $[\cos x]' = -\sin x$
- $[\operatorname{tg} x]' = \frac{1}{\cos^2 x}$
- $[\operatorname{cotg} x]' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
- $[\arcsin x]' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $[\arccos x]' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $[\operatorname{arctg} x]' = \frac{1}{1+x^2}$
- $[\operatorname{arccotg} x]' = -\frac{1}{1+x^2}$
- $[e^x]' = e^x$
- $[a^x]' = a^x \ln a$
- $[\ln x]' = \frac{1}{x}$
- $[\log_a x]' = \frac{1}{x \ln a}$