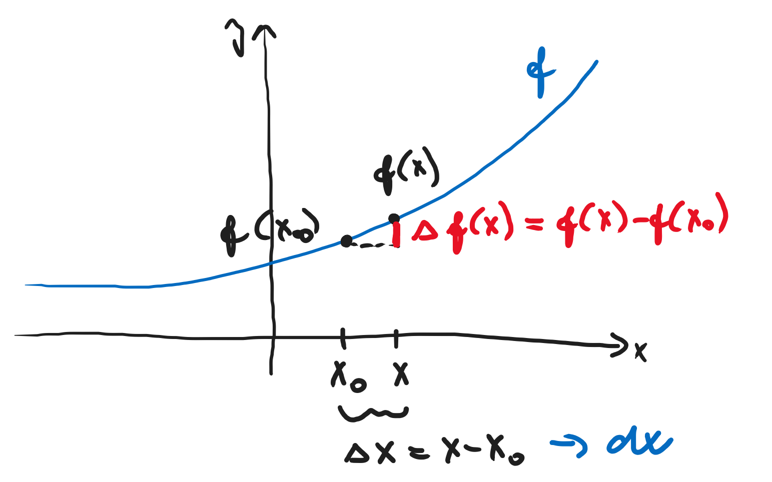
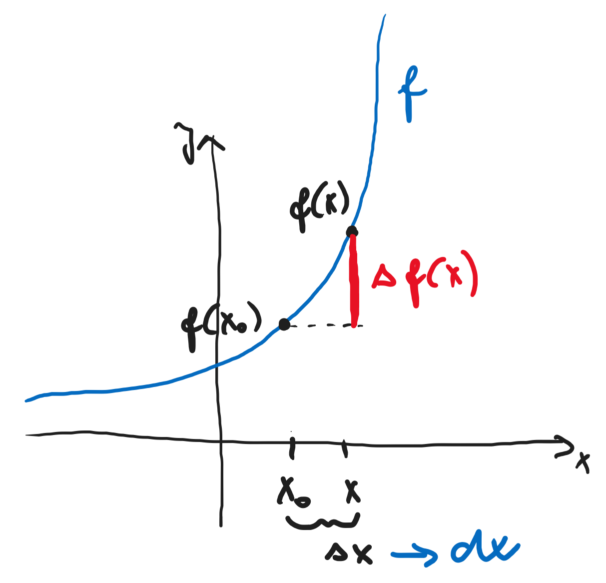
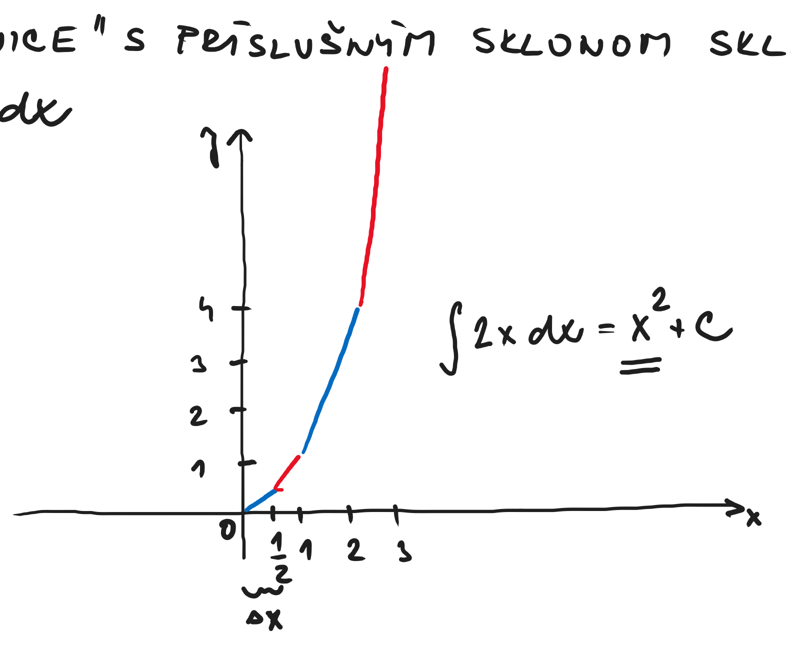
DIFERENCIÁL F-CIE $df \doteq \Delta f$

- VYJADRUJE O KOĽKO SA PRIBLIŽNE ZMENÍ HODNOTA F-CIE, KEĎ JEJ PREMENNÁ SA ZMENÍ O MALIČKÝ ELEMENT dx
- VEĽMI ÚZKO SÚVISÍ S DERIVÁCIOU, KTORÁ URČUJE RÝCHLOSŤ ZMENY HODNOTY F-CIE (SKOKU F-CIE)





- UKAZOVALI SME, AKO POMOCOU „MALÝCH DOTYČNÍC" SKLADÁME KRIVKU $\Rightarrow$ INTEGRUJEME
- „MALÉ DOTYČNICE" S PRÍSLUŠNÝM SKLONOM SKLADÁME NA JEDNOTLIVÝCH INTERVALOCH DĹŽKY $\Delta x \to dx$



$$\int 2x\,dx = x^2 + c$$

INTEGROVANIE POMOCOU SUBSTITÚCIE

- NAHRADZUJEME ČASŤ PÔVODNEJ INTEGRAČNEJ F-CIE S PÔVODNOU PREMENNOU NOVOU JEDNODUCHŠOU F-CIOU S NOVOU PREMENNOU
- ROVNAKO NAHRADZUJEME AJ STARÝ DIFERENCIÁL POMOCOU NOVÉHO DIFERENCIÁLU S NOVOU PREMENNOU

VETA: NECH $\varphi : \langle a, b\rangle \to \langle \alpha, \beta\rangle$ MÁ SPOJITÚ DERIVÁCIU. NECH F JE PRIMITÍVNA F-CIA K FUNKCII $f(t)$ NA $\langle \alpha, \beta\rangle$. POTOM F-CIA $F[\varphi(t)]$ JE PRIMITÍVNA K F-CII $f[\varphi(x)]$ NA $\langle a, b\rangle$ A PLATÍ

$$\int f[\varphi(x)] \cdot \varphi'(x)\,dx = \underbrace{\left| \begin{array}{l} \varphi(x) = t \quad / \text{deriv} \\ \varphi'(x) \cdot dx = 1 \cdot dt \\ \varphi'(x)\,dx = dt \end{array} \right|}_{\text{KOMENTÁR}} = \int f(t) \cdot dt$$

PRÍKLAD: VYPOČÍTAJME

$$\int \underbrace{3x^2 \cdot \cos(x^3 - 4)}_{f(x)}\,dx = \left| \begin{array}{l} x^3 - 4 = t \\ 3x^2 dx = dt \end{array} \right| = \int \underbrace{\cos t}_{f(t)}\,dt = \underbrace{\sin t}_{F(t)} + c = \underbrace{\sin(x^3 - 4)}_{F(x)} + c$$

SKÚŠKA SPRÁVNOSTI: $F'(x) = f(x)$?

$$F'(x) = [\sin(x^3 - 4)]' = (\cos(x^3 - 4)) \cdot (3x^2) = 3x^2 \cdot \cos(x^3 - 4) \quad ✓$$

PRÍKLAD: VYPOČÍTAJME

$$-\frac{1}{4}\int -4x^3 \cdot e^{1-x^4}\,dx = \left| \begin{array}{l} 1 - x^4 = t \\ -4x^3 dx = dt \end{array} \right| = -\frac{1}{4}\int e^t\,dt = -\frac{1}{4} e^t + c = -\frac{1}{4} e^{1-x^4} + c$$

PRÍKLAD: VYPOČÍTAJME

1) $$\frac{1}{3}\int (3x+1)^{2026}\, 3 \cdot dx = \left| \begin{array}{l} 3x + 1 = t \quad / \text{deriv.} \\ 3dx = dt \end{array} \right| = \frac{1}{3}\int t^{2026}\,dt = \frac{1}{3} \cdot \frac{t^{2027}}{2027} + c =$$

$$= \frac{1}{3 \cdot 2027} \cdot (3x+1)^{2027} + c$$

2) $$\frac{1}{2}\int \sqrt[4]{(2x+3)^3}\, 2dx = \left| \begin{array}{l} 2x + 3 = t \\ 2dx = dt \end{array} \right| = \frac{1}{2}\int \sqrt[4]{t^3}\,dt = \frac{1}{2}\int t^{\frac{3}{4}}\,dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^{\frac{7}{4}}}{\frac{7}{4}} + c =$$

$$= \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{4}^{\,2}}{7} \cdot \sqrt[4]{t^7} + c = \frac{2}{7}\sqrt[4]{t^7} + c = \frac{2}{7} \cdot \sqrt[4]{(2x+3)^7} + c$$

3) $$-\int \frac{2}{\sqrt[3]{5-x}}\,(-dx) = \left| \begin{array}{l} 5 - x = t \\ -dx = dt \end{array} \right| = -\int \frac{2 \cdot 1}{\underbrace{\sqrt[3]{t}}_{t^{\frac{1}{3}}}}\,dt = -2\int t^{-\frac{1}{3}}\,dt =$$

$$= -2\,\frac{t^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} + c = -\cancel{2} \cdot \frac{3}{\cancel{2}} \cdot \sqrt[3]{t^2} + c = -3 \cdot \sqrt[3]{t^2} + c = -3\sqrt[3]{(5-x)^2} + c$$