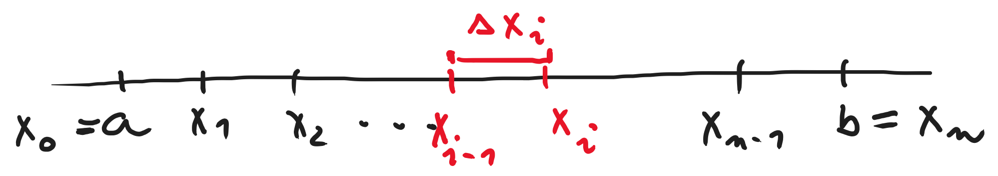
URČITÝ INTEGRÁL

MAJME INTERVAL $\langle a,b\rangle$, KTORÝ ROZDELÍME NA PODINTERVALY



KAŽDÝ TAKÝTO SYSTÉM PODINTERVALOV NAZÝVAME DELENIE INTERVALU.

BODY x_i; $i = 1,2,\dots,n$ NAZÝVAME DELIACE BODY.

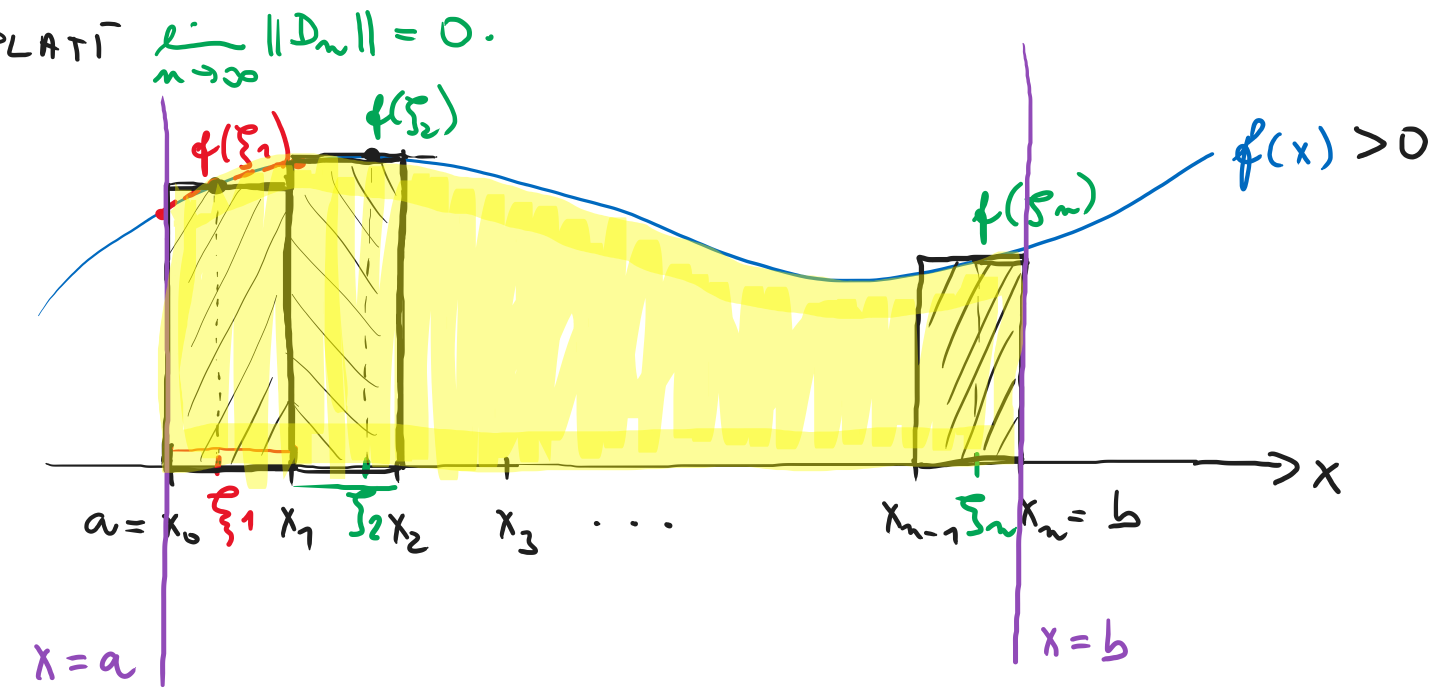
DĹŽKU i-TEHO INTERVALU $\langle x_{i-1}; x_i\rangle$ OZNAČUJEME $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$

AK $\forall n \in N$ JE DANÉ DELENIE D_n INTERVALU $\langle a,b\rangle$, HOVORÍME O POSTUPNOSTI DELENÍ INTERVALU $\langle a,b\rangle$.

DEF: ČÍSLO $\|D\| = \max\{\Delta x_1; \Delta x_2; \dots; \Delta x_n\}$ NAZÝVAME NORMA DELENIA D.

DEF: POSTUPNOSŤ $\{D_n\}_{n=1}^{\infty}$ DELENÍ INTERVALU $\langle a,b\rangle$ SA NAZÝVA NORMÁLNA,

AK PLATÍ $\lim_{n\to\infty} \|D_n\| = 0$.



DEF: NECH ξ_i; $i = 1,2,\dots,n$ JE ĽUBOVOĽNÝ BOD Z INTERVALU $\langle x_{i-1}; x_i\rangle$.

INTEGRÁLNYM SÚČTOM FCIE f PRE DELENIE D INTERVALU $\langle a,b\rangle$

A PRE DANÚ VOĽBU ČÍSEL $\xi_1; \xi_2; \dots; \xi_n$ NAZÝVAME ČÍSLO

$$S(f,D) = f(\xi_1)\cdot\Delta x_1 + f(\xi_2)\cdot\Delta x_2 + \dots + f(\xi_n)\cdot\Delta x_n = \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\cdot\Delta x_i .$$

DEF: URČITÝM INTEGRÁLOM FCIE f NA $\langle a,b\rangle$ NAZÝVAME ČÍSLO

$S = \lim_{n\to\infty} S(f, D_n)$ A OZNAČUJEME HO $\int_a^b f(x)\,dx$, AK UVEDENÁ LIMITA EXISTUJE.

HOVORÍME, ŽE FCIA f JE INTEGROVATEĽNÁ NA $\langle a,b\rangle$.

a - DOLNÁ HRANICA INTEGRÁLU

b - HORNÁ HRANICA INTEGRÁLU

POZNÁMKA: AK JE $f(x) \geq 0$ NA $\langle a,b\rangle$ $\Rightarrow \int_a^b f(x)\,dx$ PREDSTAVUJE PLOCHU POD KRIVKOU $f(x)$ NAD OSOU o_x NA INTERVALE $\langle a,b\rangle$

VETA (NEWTON-LEIBNIZOV VZOREC): NECH JE FCIA f INTEGROVATEĽNÁ NA $\langle a,b\rangle$ A NECH MÁ NA $\langle a,b\rangle$ PRIMITÍVNU FCIU F. POTOM PLATÍ

$$\int_a^b f(x)\,dx = \left[F(x)\right]_a^b = F(b) - F(a).$$

PRÍKLAD: VYPOČÍTAJME

$$\int_0^1 (\sqrt{x} + x^2)\,dx = \int_0^1 \left(x^{\frac{1}{2}} + x^2\right)dx = \left[\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + \frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \left[\underbrace{\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + \frac{x^3}{3}}_{F(x)}\right]_0^1 = F(1) - F(0) = \left(\frac{2}{3}\cdot 1 + 1\right) - (0 + 0) = \frac{5}{3}$$