

Dvojný integrál

P1. Vypočítajte $\iint_A (2x+y) \, dx \, dy$, ak $A = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 1, 3 \rangle$. [6]

P2. Vypočítajte $\iint_A \frac{x^2}{1+y^2} \, dx \, dy$, ak $A = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$. [$\frac{\pi}{12}$]

P3. Vypočítajte $\iint_A x \sin y \, dx \, dy$, ak $A = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$. [$\frac{1}{2}$]

P4. Vypočítajte $\iint_M (2x+y) \, dx \, dy$, ak množina M je ohraničená krivkami $y = x^2 - 4$,

$y = x + 2$. [$\frac{125}{6}$]

P5. Vypočítajte $\iint_M 2xy \, dx \, dy$, ak množina M je ohraničená krivkami $y^2 = x$, $y = x$,

$x = 2$, pričom $y^2 \leq x$. [$-\frac{1}{12}$]

P6. Vypočítajte $\iint_M 2xy \, dx \, dy$, ak množina M je ohraničená krivkami $y^2 = x$,

$y = x$. [$\frac{1}{12}$]

P7. Vypočítajte $\iint_M (x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1) \, dx \, dy$, ak množina M je ohraničená

krivkami $y = 0$, $x = 0$, $x+y = 3$. [$-\frac{99}{4}$]

P8. Vypočítajte $\iint_M (x^2 + y) \, dx \, dy$, ak množina M je ohraničená parabolami $y =$

x^2 , $y^2 = x$. [$\frac{33}{140}$]

P9. Vypočítajte $\iint_M \frac{x^2}{y^2} \, dx \, dy$, ak množina M je ohraničená priamkami $y = x$, $x = 2$

a hyperbolou $xy = 1$. [$\frac{9}{4}$]

P10. Vypočítajte $\iint_M \sqrt{xy - y^2} \, dx dy$, ak množina M je ohraničená priamkami $y = 5$, $y = x$, $y = x/10$. [750]

P11. Vypočítajte $\iint_M \cos(x + y) \, dx dy$, ak množina M je ohraničená priamkami $y = \pi$, $y = x$, $x = 0$. [-2]

P12. Vypočítajte $\iint_M e^{\frac{x}{y}} \, dx dy$, ak množina M je ohraničená krivkami $y^2 = x$, $y = 1$, $y = 2$, $x = 0$. [e² - 3/2]

P13. Vypočítajte $\iint_A \sqrt{1 - x^2 - y^2} \, dx dy$, ak množina A leží v prvom kvadrante a je určená $x^2 + y^2 \leq 1$. [π/6]

P14. Vypočítajte $\iint_M (x^2 + y^2) \, dx dy$, ak M je štvrtina kruhu $x^2 + y^2 \leq 9$ ležiaca v druhom kvadrante. [81π/8]

P15. Vypočítajte $\iint_M \ln(1 + x^2 + y^2) \, dx dy$, ak množina M je daná nerovnosťami $x^2 + y^2 \leq 4$, $y \geq 0$. [π(5 ln 5 - 4)/2]

P16. Vypočítajte $\iint_A \frac{\ln(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} \, dx dy$, ak množina A je daná nerovnosťou $1 \leq x^2 + y^2 \leq e^2$. [2π]

P17. Vypočítajte $\iint_A (1 + 2x - 4y) \, dx dy$, ak množina A je ohraničená krivkami $x^2 + y^2 = 16$, $y = x$, $y = 0$ (prvý kvadrant). [2π + 64√2 - 256/3]

P18. Vypočítajte $\iint_A (1 + x^2 + y^2) \, dx dy$, ak množina A je ohraničená krivkami $x^2 + y^2 = 4$, $y = \sqrt{3}x$, $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$ (prvý kvadrant). [π]

P19. Vypočítajte $\iint_A \sin \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy$, ak množina A je daná nerovnosťou $\pi^2 \leq$

$$x^2 + y^2 \leq 4\pi^2 \text{ (prvý kvadrant).} \quad \left[\frac{-3\pi}{2} \right]$$

P20. (bonusová úloha) Zameňte poradie integrovania $\int_0^2 \left[\int_x^{2x} f(x, y) \, dy \right] dx$.

P21. (bonusová úloha) Zameňte poradie integrovania $\int_1^2 \left[\int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) \, dy \right] dx$.

P22. (bonusová úloha) Zameňte poradie integrovania $\int_1^e \left[\int_0^{\ln x} f(x, y) \, dy \right] dx$.

P23. Vypočítajte súradnice ťažiska homogénnej rovinnej oblasti ohraničenej kružnicou $x^2 - 2x + y^2 = 0$ a priamkou $y = x$ ak naviac $y \geq x$. $\left[T = \left[\frac{3\pi - 8}{3\pi - 6}, \frac{2}{3\pi - 6} \right] \right]$

P24. Vypočítajte súradnice ťažiska homogénnej rovinnej oblasti ohraničenej parabolou $y = x^2$ a priamkou ak $x + y = 2$. $\left[T = \left[-\frac{1}{2}, \frac{8}{5} \right] \right]$

P25. Vypočítajte súradnice ťažiska homogénnej rovinnej oblasti ohraničenej krivkami $y = \sin x$, $y = 0$, $x = \pi/4$ ak $0 \leq x \leq \pi/4$. $\left[T = \left[\frac{\sqrt{2}(4 - \pi)}{4(2 - \sqrt{2})}, \frac{\pi - 2}{8(2 - \sqrt{2})} \right] \right]$

P26. Vypočítajte súradnice ťažiska homogénnej rovinnej oblasti ohraničenej krivkami $y^2 = x$ a $x = 4$. $\left[T = \left[\frac{12}{5}, 0 \right] \right]$