

Trojný integrál

P1. Vypočítajte $\iiint_M (2x^2y - x + 1) \, dx dy dz$, ak $M = \langle 0, 2 \rangle \times \langle 1, 2 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$.

[8]

P2. Vypočítajte $\iiint_M xy^2 \sqrt{z} \, dx dy dz$, ak $M = \langle -2, 1 \rangle \times \langle 1, 3 \rangle \times \langle 2, 4 \rangle$.

$\left[\frac{104(2\sqrt{2} - 1)}{3} \right]$

P3. Vypočítajte $\iiint_M x + y + z \, dx dy dz$, ak M je ohraničená plochami $x = 0$, $y = 0$,

$z = 0$, $x + y + z = 1$.

$\left[-\frac{1}{24} \right]$

P4. Vypočítajte $\iiint_M (2x + 3y - z) \, dx dy$, ak M je ohraničená rovinami $z = 0$, $z =$

4 , $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 4$.

$\left[\frac{448}{3} \right]$

P5. Vypočítajte $\iiint_M (x^2 + y^2) \, dx dy dz$, ak M je ohraničená plochami $2z = x^2 + y^2$,

$z = 2$.

$\left[\frac{16}{3} \pi \right]$

P6. Vypočítajte $\iiint_M dx dy dz$, ak M je ohraničená valcovou plochou $x^2 + y^2 = 1$

a rovinami $z = 0$, $z = 5$.

[5π]

P7. Vypočítajte $\iiint_M (2x^2 + y^2 + 1) \, dx dy dz$, ak M je ohraničená plochami

$z^2 = x^2 + y^2$, $z = 2$.

$\left[\frac{392}{15} \pi \right]$

P8. Vypočítajte $\iiint_M yz \, dx dy dz$, ak M je ohraničená plochami $x^2 + y^2 = 9$ a rovinami

$z = 0$, $z = 3$, $y = 0$, $(y \leq 0)$.

[-81]

P9. Vypočítajte $\iiint_M z \, dx \, dy \, dz$, ak M je ohraničená plochami $z^2 = x^2 + y^2$,
 $x^2 + y^2 + z^2 = 2, (z \geq 0)$. $\left[\frac{\pi}{2}\right]$

P10. Vypočítajte $\iiint_M xyz \, dx \, dy \, dz$, ak M je ohraničená plochami $z = \sqrt{x^2 + y^2}$,
 $x^2 + y^2 + z^2 = 8$. $[0]$

P11. Vypočítajte objem telesa ohraničeného plochami $2z = x^2 + y^2, z = \sqrt{x^2 + y^2}$.
 $\left[\frac{4\pi}{3}\right]$

P12. Vypočítajte objem telesa ohraničeného rovinami $z = 0, z = 1, y = 0, y = 2x,$
 $y = 6 - x$. $[12]$

P13. (bonusová úloha) Vypočítajte objem telesa ohraničeného kužeľovou plochou $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, valcovou plochou $x^2 + y^2 = 2y$ a rovinou $z = 0$.
 $\left[\frac{32}{9}\right]$

P14. Vypočítajte hmotnosť nehomogenného telesa $M : (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 \leq 1$
s hustotou $\sigma(x, y, z) = 2x + 3y + 4z + 1$. $\left[\frac{88\pi}{3}\right]$

P15. Vypočítajte hmotnosť nehomogenného telesa M s hustotou $\sigma(x, y, z) = x + y + 8$
ak M je ohraničené plochami $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4, z = 2, z = -2$. $[208\pi]$