

Matematika 1 – 1.cvičenie

RNDr. Z. Gibová, PhD.

Cvičiaca: RNDr. Z. Gibová, PhD.

zuzana.gibova@tuke.sk

Boženy Nemcovej 32, 6. poschodie, č.k.: 614

Konzultácie: štvrtok: 11:00 – 12:00, 12:30 – 13:30 v iný deň po dohode mailom

- cvičenia (povinné, max. dovolené tri ospravedlnené absencie), prednášky (link na stránke [KMTI – Výučba – aktuálne predmety – Matematika I](#))

Prenášajúca: doc. RNDr. Blanka Baculíková, PhD.

Predmet končí KZ: 2 zápočtové písomky – získať v súčte **aspoň 51 bodov**

1ZP - 9. týždeň za 60 b (45 b + 15 b za teóriu) na cvičení

2ZP – 2. týždeň skúškového obdobia za 40 b (príklady + teória) v Moodli

[OZP – skúškové obdobie](#)

Bonusové body za aktivitu na cvičeniach – **max. 5 bodov**

Všetky materiály z prednášok (ppt), ale aj dú z cvičenia na stránke KMTI

Literatúra k cvičeniam

- *Baculíková, Grinčová: MATEMATIKA I v príkladoch (2021)* (elektronická zbierka, link v časti prílohy)

[M1 – korekvizita pre M2 \(môže opakovať M1 a súčasne M2, ale zápočet najprv M1\)](#)

[M1 – prerekvizita pre M3, NMPŠ \(musí byť urobená M1, pre ich absolvovanie\)](#)

Úprava kvadratického výrazu na súčin koreňových činiteľov doplnením na štvorec s použitím vzorca $a^2 - b^2$

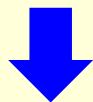
Doplnenie na štvorec

$$x^2 \pm px \pm q = r \left[\left(x \pm \frac{p}{2} \right)^2 \pm q - \left(\frac{p}{2} \right)^2 \right]$$

vždy znamienko mínus

Úprava na súčin koreňových činiteľov

použitím vzorca $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$



$$x^2 \pm px \pm q = (x - x_1)(x - x_2)$$

Vzorový příklad 1:

$$x^2 - 7x + 10 = (x - \frac{7}{2})^2 + 10 - \frac{49}{4} = (x - \frac{7}{2})^2 + \frac{40}{4} - \frac{49}{4} = (x - \frac{7}{2})^2 - \frac{9}{4} =$$

$$\underbrace{\left(x - \frac{7}{2}\right)^2}_{a^2} - \underbrace{\left(\frac{3}{2}\right)^2}_{b^2} = \underbrace{\left(x - \frac{7}{2} - \frac{3}{2}\right)}_{(a - b)} \underbrace{\left(x - \frac{7}{2} + \frac{3}{2}\right)}_{(a + b)} = (x - 5)(x - 2)$$

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

Vzorový příklad 2:

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 + 3 - 4 = (x - 2)^2 - 1 = \underbrace{(x - 2)}_a^2 - \underbrace{(1)}_b^2 =$$

$$(x - 2 - 1)(x - 2 + 1) = (x - 3)(x - 1)$$

Pr. 1: Upravte nasledujúce výrazy na súčin koreňových činiteľov doplnením na štvorec

a) $x^2 + 2x - 3$

b) $2u^2 + 3u - 2$

c) $t^2 + 6t + 8$

d) $3x^2 - 18x + 24$

výsledok: $(t + 2)(t + 4)$

výsledok: $3(x - 2)(x - 4)$

Dú: 1c, d

Nerovnice

Všeobecný zápis nerovnic

$$P(x) < L'(x)$$

$$P(x) > L'(x)$$

$$P(x) \leq L'(x)$$

$$P(x) \geq L'(x)$$

a) lineárne: $ax + b > 0$, intervalová metóda

b) kvadratické: $ax^2 + bx + c \leq 0$ intervalová metóda

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

$$+ \cdot + = +$$

$$- \cdot - = +$$

Pr. 2: Riešte nasledujúce nerovnice v $\mathbb{R}$:

a) $t^2 - t - 2 \leq 0$

b) $\frac{2}{x} - \frac{1-x}{1+x} \geq \frac{1+x}{x}$

c) $x^2 - 4x + 3 \geq 0$ sami

výsledok: $K = (-\infty, 1) \cup (3, \infty)$

d) $\frac{1-3y}{y+4} < 2$

výsledok: $K = (-\infty, -4) \cup (-\frac{7}{5}, \infty)$

e) $\frac{x+1}{x-5} > \frac{x-2}{x-5}$

výsledok : $K = (5, \infty)$

Dú: 2 d, e

$$c) x^2 - 4x + 3 \geq 0$$

úprava doplnením na štvorec:

$$x^2 \pm px \pm q = \left(x \pm \frac{p}{2}\right)^2 \pm q - \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

Vždy znamienko mínus

$$p = -4, q = 3$$

Riešenie:

$$(x - 2)^2 + 3 - 4 \geq 0$$

$$(x - 2)^2 - 1 \geq 0$$

$$\underset{a}{(x - 2)}^2 - \underset{b}{(1)}^2 \geq 0$$

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

$$(x - 2 - 1)(x - 2 + 1) \geq 0$$

$$(x - 3)(x - 1) \geq 0$$

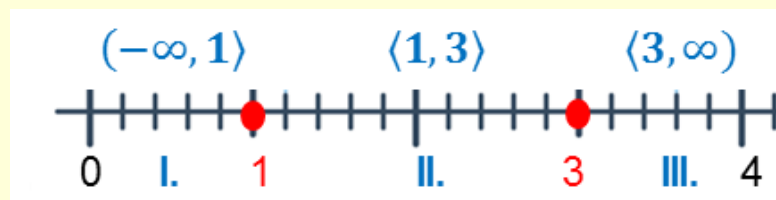
Intervalová metóda

1. určíme nulové body

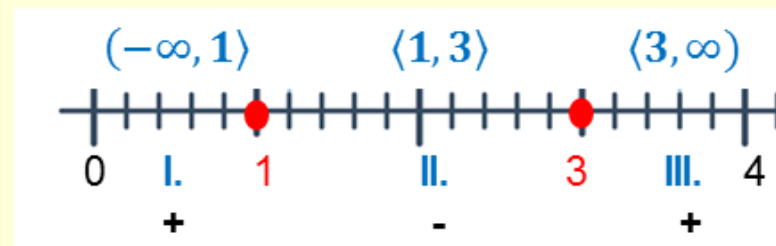
$$x - 3 = 0, x - 1 = 0$$

NB: 1;3

2. Rozdelíme číselnú os na intervaly pomocou NB



3. Na každom intervale určíme znamienko výrazu



$$\mathbf{K} = (-\infty, 1) \cup (3, \infty)$$

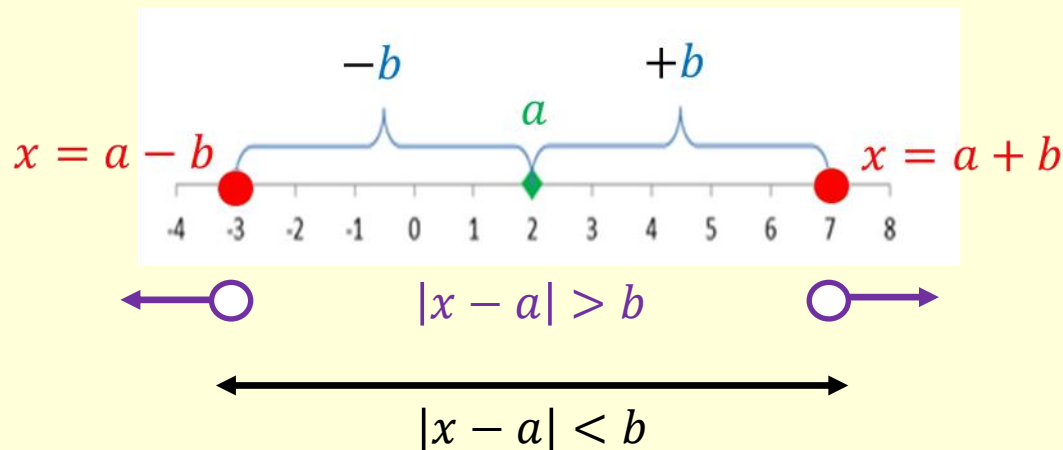
c) nerovnice s absolútnou hodnotou $|x - a| \geq b$

absolútna hodnota čísla $|x|$ je vždy kladné číslo, napr. $|-2| = 2, |2| = 2$

Pri úprave, ak $x - a \geq 0, |x - a| = x - a$

$$x - a < 0, |x - a| = -(x - a) = -x + a$$

Geometrický význam AH: $|x - a| = b$ vyjadruje vzdialenosť bodu x od bodu a na číselnej osi o hodnotu b .



Pr. 3: Riešte nasledujúce nerovnice v $\mathbb{R}$:

a) $|2x - 4| \leq 5$

b) $|x + 2| > 6$

c) $|x - 1| < 4$

d) $|3x + 1| > 4$

výsledok : $K = (-3, 1) \cup (1, 5) = (-3, 5)$

výsledok : $K = (-\infty, -\frac{5}{3}) \cup (1, \infty)$

Dú: 3 c, d

$$\text{b) } |x + 2| > 6$$

Riešenie:

1. výpočtom

$$|x + 2| > 6$$

$$x + 2 \geq 0 \quad \wedge \quad x + 2 > 6$$

$$x \geq -2 \quad \wedge \quad x > 6 - 2$$

$$x \geq -2 \quad \wedge \quad x > 4$$

$$\vee \quad x + 2 < 0 \quad \wedge \quad -x - 2 > 6$$

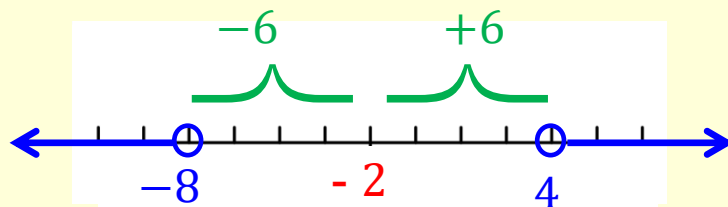
$$\vee \quad x < -2 \quad \wedge \quad -x > 6 + 2$$

$$\vee \quad x < -2 \quad \wedge \quad x < -8$$

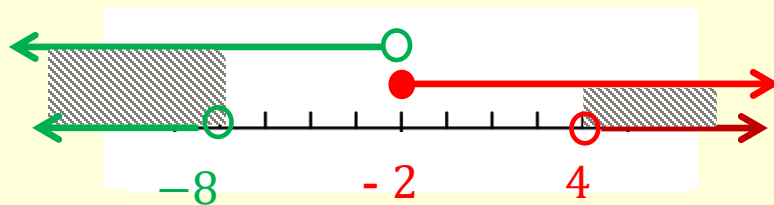
$$K = (-\infty, -8) \cup (4, \infty)$$

2. graficky

$$|x + 2| > 6$$



$$K = (-\infty, -8) \cup (4, \infty)$$



1. Funkcia

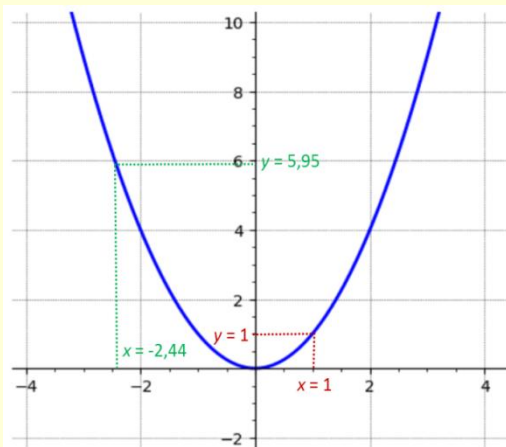
Definičný obor funkcie

Funkcia f je pravidlo (predpis), ktoré každému x z definičného oboru funkcie priraduje **práve jeden prvok** $f(x)$ resp. y , z oboru hodnôt funkcie

definičný obor funkcie $D(f)$
obor hodnôt funkcie $H(f)$

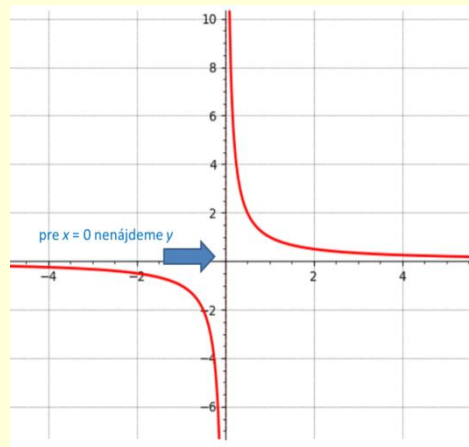
Príklady zápisu funkcie $f: y = 2e^x$, $f(x) = \sin x$, $y = \frac{x-1}{x+2}$

$$f: y = x^2$$



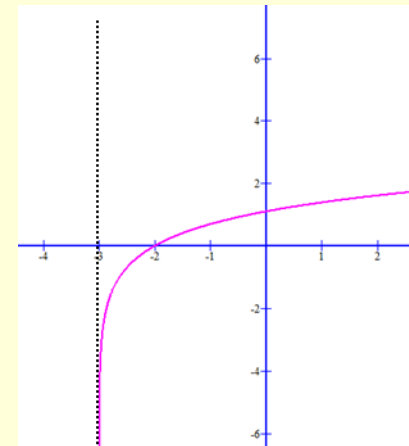
$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$f: y = \frac{1}{x}$$



$$D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$$

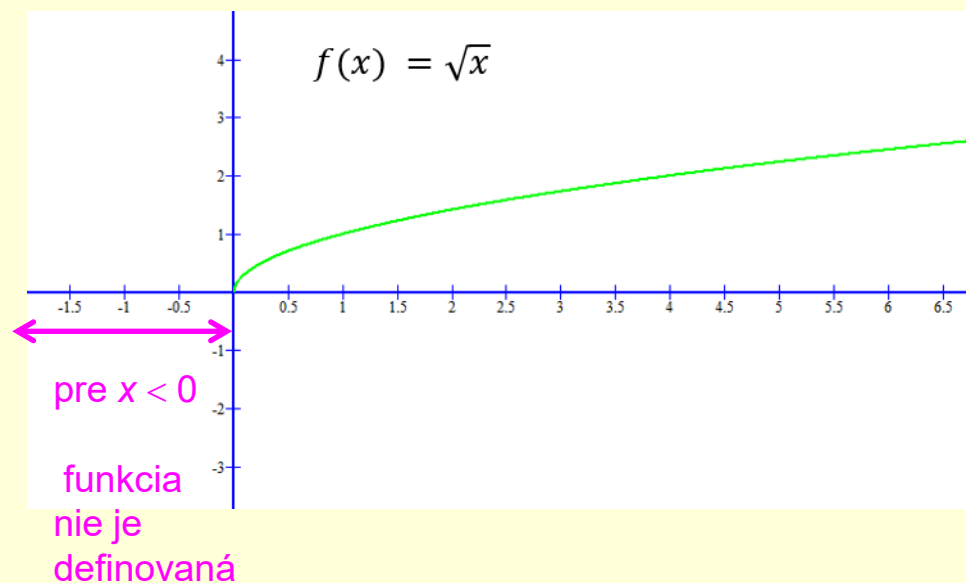
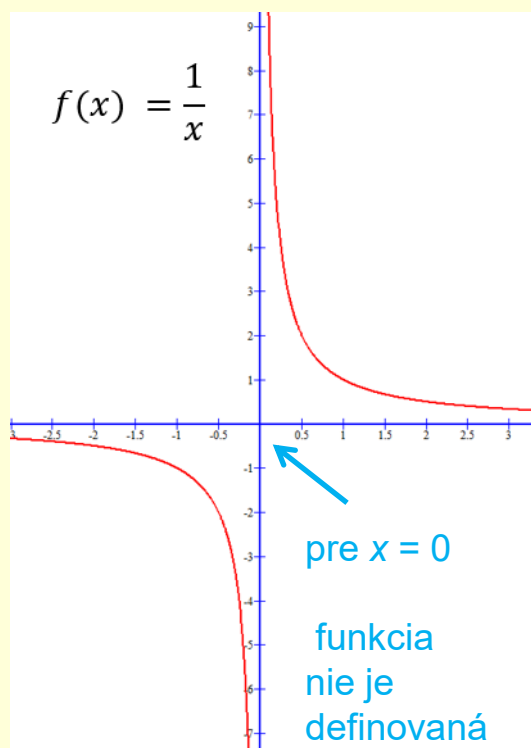
$$f: y = \ln(x + 3)$$



$$D(f) = (-3, \infty)$$

Podmienky určovania $D(f)$

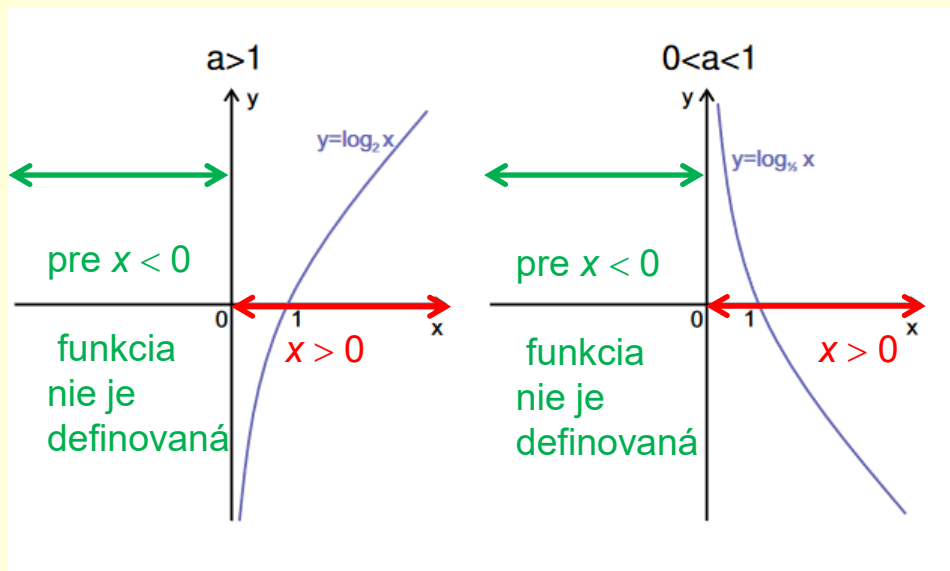
- menovateľ zlomku sa nesmie rovnať nule $\frac{a}{b} \rightarrow b \neq 0$
- výraz pod párnou odmocninou musí byť nezáporný $\sqrt[n]{x} \rightarrow x \geq 0$



- logaritmická funkcia je definovaná len pre kladný argument

$$\log_a x \rightarrow x > 0$$

$$\ln x \rightarrow x > 0$$



Pr. 1: Určte definičný obor funkcie:

$$f: y = \sqrt{x + 2} + \frac{1}{x - 3}$$

Pr. 2: Určte definičný obor funkcie:

$$f: y = \sqrt[4]{\frac{x}{x-5}} + \sqrt[3]{x}$$

Pr. 3 – str. 8 / 11: Určte definičný obor funkcie:

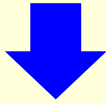
$$f: y = \sqrt{x} + \sqrt[5]{\frac{1}{2x-5}} + \ln(2x-3)$$

Pr. 4: Určte definičný obor funkcie:

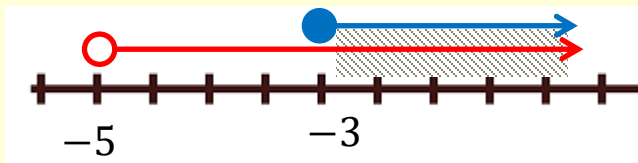
$$f: y = \log_5(x + 5) + \sqrt[6]{x + 3}$$

z podmienky pre logaritmus: $x + 5 > 0$

z podmienky pre odmocninu: $x + 3 \geq 0$



$$\begin{array}{ll} x + 3 \geq 0 & \wedge \quad x + 5 > 0 \\ x \geq -3 & x > -5 \end{array}$$



$$D(f) = \langle -3, \infty \rangle$$