

Dodatočné úlohy

Jednovýberové parametrické testy • úlohy 5.1–5.6

Pokyn pre študentov

Pri každej úlohe zapíšte: dané a hľadané, H_0 a H_1 , použitý test a jeho predpoklady, testovacie kritérium, kritickú oblasť alebo p-hodnotu, rozhodnutie a vecnú interpretáciu.

ZADANIA

Úloha 5.1

Pri sledovaní doby bezporuchového chodu určitého výrobného zariadenia boli namerané výsledky [hod.]: 300, 320, 315, 298, 310, 322, 318, 286, 270, 270, 302, 298. Za predpokladu exponenciálneho rozdelenia testujte na hladine významnosti $\alpha = 0,05$ hypotézu $H_0: \lambda = 300$ proti $H_1: \lambda > 300$.

Úloha 5.2

Meral sa percentuálny obsah cínu vo vzorkách rudy. Výsledky sú v tabuľke, pričom z_i je triedny znak:

z_i : 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75

n_i : 1, 3, 4, 10, 15, 20, 11, 5, 3, 2

Vieme, že $\sigma^2 = 85$. Na hladine významnosti $\alpha = 0,05$ testujte $H_0: \mu = 52$ proti $H_1: \mu \neq 52$.

Úloha 5.3

Priemerný odpad železa v továrni bol 25,5 tony. Po úsporných opatreniach boli počas dvoch týždňov namerané hodnoty: 23,8; 24,5; 26,1; 22,8; 25,0; 21,9; 24,0; 23,5; 25,2; 22,0; 23,0; 25,0. Na hladine $\alpha = 0,05$ testujte tvrdenie, že sa odpad železa znížil.

Úloha 5.4

Linka mestskej autobusovej dopravy má v špičke priemernú rýchlosť v centre mesta 8 km/h. Nová trasa bola prejdená v desiatich náhodne vybraných dňoch a boli zistené rýchlosti: 8,5; 9,5; 7,8; 8,2; 9,0; 7,5; 8,2; 7,8; 9,0; 8,5. Posúďte, či zmena trasy vedie k zvýšeniu priemernej rýchlosti pri a) $\alpha = 0,01$; b) $\alpha = 0,05$.

Úloha 5.5

Bola sledovaná tučnosť mlieka [%]: 3,84; 4,06; 3,67; 3,97; 4,16; 3,98; 3,76; 4,02; 3,82; 3,71; 3,94; 4,04; 4,07; 3,61; 4,01. Na hladine $\alpha = 0,05$ testujte $H_0: \sigma^2 = 0,03$ proti $H_1: \sigma^2 \neq 0,03$.

Úloha 5.6

Presnosť nastavenia automatického obrábacieho stroja je charakterizovaná rozptylom dĺžky súčiastok. Ak je rozptyl väčší ako 20 mm^2 , automat treba znova nastaviť. Merania [mm]: 792, 803, 790, 804, 801, 803, 798, 799, 806, 797, 802, 796, 802, 801, 798, 799, 806, 809, 797, 803. Na hladine $\alpha = 0,05$ posúďte, či treba automat znova nastaviť.

Spoločný predpoklad pre úlohy 5.2-5.6

Predpokladáme normálne rozdelenie základného súboru. Pri úlohe 5.1 je rozdelenie výslovne exponenciálne.

KLÚČ - STRUČNÉ KVANTITATÍVNE RIEŠENIA

Úloha 5.1 - parameter exponenciálneho rozdelenia

$H_0: \lambda = 300$; $H_1: \lambda > 300$. Pravostranný χ^2 -test, $v = 2n$.

Veličina	Hodnota
$n; \bar{x}$	12; 300,7500
$TS = 2n \cdot \bar{x} / \lambda_0$	24,0600
$\chi^2_{0,95;24}$	36,4150
K_α	$(36,4150; \infty)$
p-hodnota	0,4582

```
pchisq(24.06, df = 24, lower.tail = FALSE)
```

24,0600 $\notin K_\alpha$ a $p > 0,05$: H_0 nezamietame. Nemáme dostatok dôkazov, že stredná doba je väčšia ako 300 hodín.

Kontrola pôvodného výsledku: Číselný výsledok bol správny; doplnená je p-hodnota a presná interpretácia.

Úloha 5.2 - Z-test strednej hodnoty pri známom rozptyle

$H_0: \mu = 52$; $H_1: \mu \neq 52$. Obojstranný Z-test.

Veličina	Hodnota
$n; \bar{x}$	74; 53,2432
Z	1,1600
K_α	$(-\infty; -1,9600) \cup (1,9600; \infty)$
p-hodnota	0,2460

```
2 * pnorm(-abs(1.160012))
```

Z $\notin K_\alpha$ a $p > 0,05$: H_0 nezamietame. Rozdiel od 52 nie je štatisticky významný.

Kontrola pôvodného výsledku: Pôvodná hodnota Z = 1,16 aj rozhodnutie boli správne.

Úloha 5.3 - jednovýberový ľavostranný t-test

$H_0: \mu = 25,5$; $H_1: \mu < 25,5$. Rozptyl nepoznáme, $v = n - 1 = 11$.

Veličina	Hodnota
$n; \bar{x}; s$	12; 23,9000; 1,3184
t	-4,2040
$t_{0,05;11}$	-1,7959
K_α	$(-\infty; -1,7959)$
p-hodnota	0,000738

```
t.test(x, mu = 25.5, alternative = "less")
```

t $\in K_\alpha$ a $p < 0,05$: H_0 zamietame. Údaje preukazujú zníženie priemerného odpadu.

Kontrola pôvodného výsledku: Pôvodné testovacie kritérium aj rozhodnutie boli správne.

Úloha 5.4 - jednovýberový pravostranný t-test

$H_0: \mu = 8$; $H_1: \mu > 8$. Rozptyl nepoznáme, $v = 9$.

Veličina	Hodnota
n ; $\bar{x}$; s	10; 8,4000; 0,6289
t ; p-hodnota	2,0112; 0,03759
$\alpha = 0,01$: kritická hodnota	$t_{0,99;9} = 2,8214$
$\alpha = 0,05$: kritická hodnota	$t_{0,95;9} = 1,8331$

```
t.test(x, mu = 8, alternative = "greater")
```

Pri $\alpha = 0,01$ H_0 nezamietame. Pri $\alpha = 0,05$ H_0 zamietame; údaje podporujú zvýšenie priemernej rýchlosti.

Kontrola pôvodného výsledku: Obe pôvodné rozhodnutia boli správne; spoločná p-hodnota je 0,03759.

Úloha 5.5 - obojstranný test rozptylu

$H_0: \sigma^2 = 0,03$; $H_1: \sigma^2 \neq 0,03$. Strednú hodnotu nepoznáme, $v = 14$.

Veličina	Hodnota
n ; s^2	15; 0,027292
$\chi^2 = (n-1)s^2/\sigma_0^2$	12,7364
kritické hodnoty	5,6287; 26,1189
K_α	(0; 5,6287) $\cup$ (26,1189; ∞)
p-hodnota	0,9053

```
2 * min(pchisq(TS, 14), pchisq(TS, 14, lower.tail = FALSE))
```

$\chi^2 \notin K_\alpha$ a $p > 0,05$: H_0 nezamietame. Rozptyl sa štatisticky významne nelíši od 0,03.

Kontrola pôvodného výsledku: Pôvodné testovacie kritérium, hranice aj rozhodnutie boli správne.

Úloha 5.6 - pravostranný test rozptylu

$H_0: \sigma^2 = 20$; $H_1: \sigma^2 > 20$. Strednú hodnotu nepoznáme, $v = 19$.

Veličina	Hodnota
n ; s^2	20; 21,6947
$\chi^2 = (n-1)s^2/\sigma_0^2$	20,6100
$\chi^2_{0,95;19}$	30,1435
K_α	(30,1435; ∞)
p-hodnota	0,3587

```
pchisq(20.61, df = 19, lower.tail = FALSE)
```

$\chi^2 \notin K_\alpha$ a $p > 0,05$: H_0 nezamietame. Nie je preukázané, že rozptyl presahuje 20 mm²; nové nastavenie sa na základe testu nevyžaduje.

Kontrola pôvodného výsledku: Pôvodný číselný výsledok aj rozhodnutie boli správne.

Terminológia rozhodnutia

Používame „ H_0 zamietame“ alebo „ H_0 nezamietame“. Nezamietnutie H_0 nie je dôkazom jej pravdivosti.