Matematika I, opakujúci

8.cvičenie - príprava

Monotónnosť funkcie a extrémy funkcie

Monotónnosť funkcie – vypočítame prvú deriváciu funkcie na základe nej určíme monotónnosť a extrémy:

na intervaloch, kde $f(x)' > 0$ je funkcia $f(x)$ rastúca $\nearrow$

na intervaloch, kde $f(x)' < 0$ je funkcia $f(x)$ klesajúca $\searrow$

Monotónnosť sa môže meniť v bodoch, v ktorých $\boldsymbol{f(x)' = 0}$ *alebo v bodoch, v ktorých* $\boldsymbol{f(x)'}$ ***neexistuje****.*

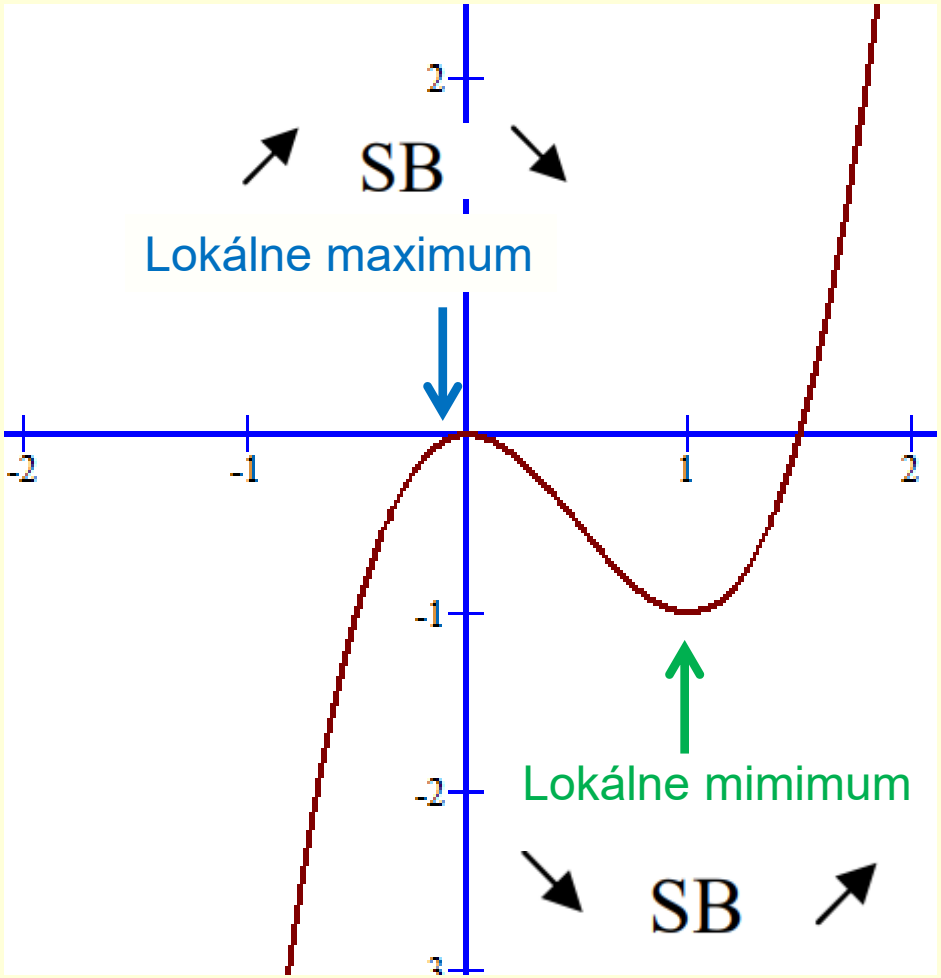
Stacionárne body (SB) – body, v ktorých je $\boldsymbol{f(x)' = 0}$

Lokálne maximum – ak na intervale vľavo od SB funkcia rastie a vpravo klesá

$$\nearrow \ \mathbf{SB} \ \searrow$$

Lokálne minimum – ak na intervale vľavo od SB funkcia klesá a vpravo rastie

$$\searrow \ \mathbf{SB} \ \nearrow$$


2
SB
Lokálne maximum
-2
-1
1
2
-1
Lokálne mimimum
-2
SB

Postup pri určení intervalov monotónnosti:

1. určíme definičný obor
2. vypočítame prvú deriváciu funkcie
3. prvú deriváciu funkcie dáme rovnú nule, určíme body v ktorých je $f(x)' = 0$ – stacionárne body
4. určíme bod, v ktorom prvá derivácia funkcie neexistuje
5. stacionárne body a bod, v ktorom prvá derivácia funkcie neexistuje, rozdelia definičný obor na intervaly
6. zistíme znamienko prvej derivácie funkcie na jednotlivých intervaloch a určíme monotónnosť funkcie na intervaloch
7. nájdeme lokálne extrémy funkcie

Konvexnosť, konkavnosť funkcie a inflexné body

Konvexnosť a konkávnosť funkcie – vypočítame druhú deriváciu funkcie

na intervaloch, kde $f(x)'' > 0$ je funkcia konvexná – ∪

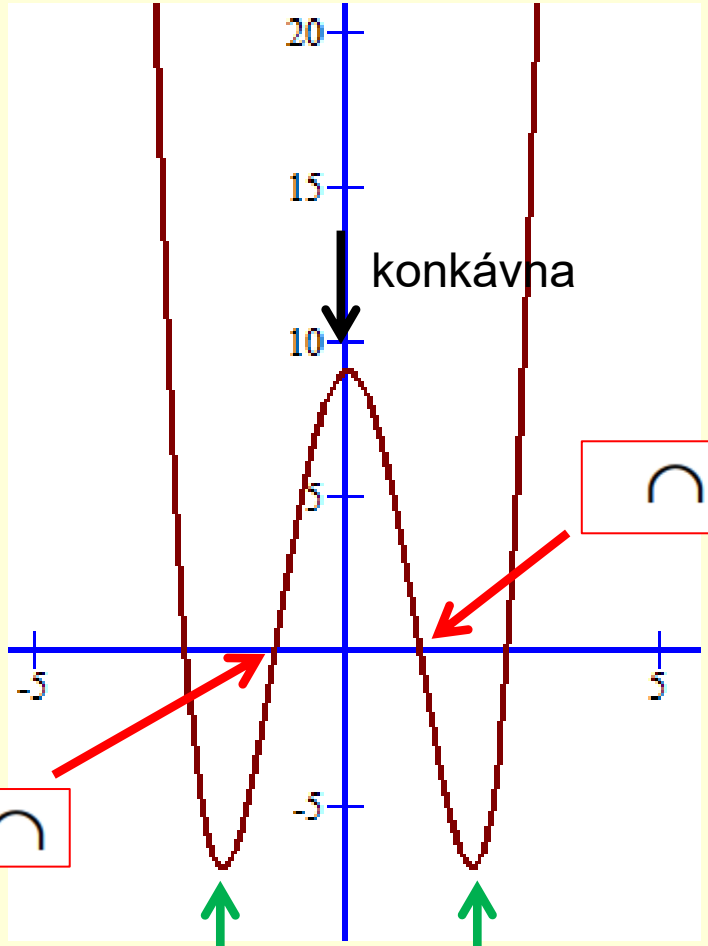
na intervaloch, kde $f(x)'' < 0$ je funkcia konkávna – ∩

Konvexnosť a konkávnosť sa môže meniť v bodoch, v ktorých $\boldsymbol{f(x)'' = 0}$ *alebo v bodoch, v ktorých druhá derivácia funkcie* $f(x)''$ *neexistuje.*

Inflexné body (IB) – body, v ktorých je $\boldsymbol{f(x)'' = 0}$ a sa v nich mení konvexnosť a konkávnosť







∩ IB ∪

∪ IB ∩

Postup pri určení intervalov pre konvexnosť a konkávnosť:

1. určíme definičný obor
2. vypočítame druhú deriváciu funkcie
3. druhú deriváciu funkcie dáme rovnú nule, určíme body v ktorých je nulová
4. určíme bod, v ktorom druhá derivácia funkcie neexistuje
5. body, v ktorých je druhá derivácia nulová a bod, v ktorom druhá derivácia funkcie neexistuje, rozdelia definičný obor na intervaly
6. zistíme znamienko druhej derivácie funkcie na jednotlivých intervaloch a určíme konvexnosť a konkávnosť funkcie na intervaloch
7. nájdeme infexné body funkcie