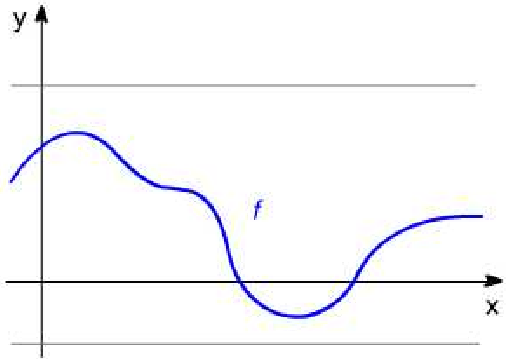
Niektoré vlastnosti funkcií

Ohraničené funkcie

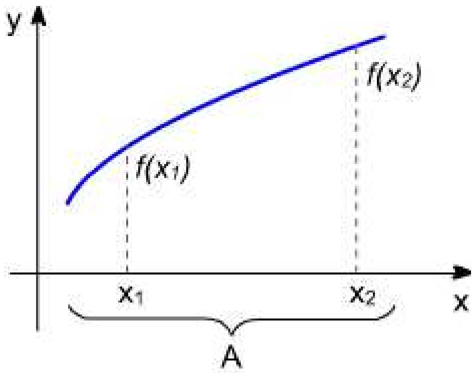


Definícia 2.4 Funkciu f nazývame zhora (zdola) ohraničenou na množine $M \subset D(f)$, ak je zhora (zdola) ohraničená množina jej funkčných hodnôt $f(M) = \{f(x) : x \in M\}$.
Ak funkcia f je ohraničená zhora aj zdola na množine M, tak hovoríme, že je ohraničená na množine M. Ak je $M = D(f)$, nazývame ju ohraničenou.
Ak funkcia f je zhora (zdola) ohraničená na množine M, tak existuje supremum (infimum) množiny $f(M)$ a označujeme ho $\sup\limits_{x\in M} f(x)$ ($\inf\limits_{x\in M} f(x)$).
Ak má množina $f(M)$ najväčší (najmenší) prvok, tak toto číslo nazývame najväčšou (najmenšou) hodnotou funkcie f na množine M a označujeme $\max\limits_{x\in M} f(x)$ ($\min\limits_{x\in M} f(x)$).

Monotónne funkcie

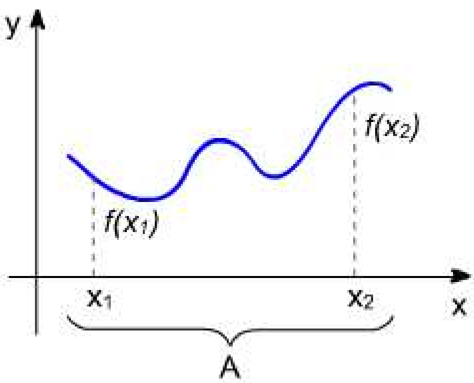
Definícia 2.5 Funkciu f nazývame ***rastúcou (klesajúcou) na množine*** $A \subset D(f)$, ak pre každé dva body $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$, platí $f(x_1) < f(x_2)$ ($f(x_1) > f(x_2)$).

Funkciu f nazývame ***neklesajúcou (nerastúcou) na množine*** $A \subset D(f)$, ak pre každé dva body $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$, platí $f(x_1) \le f(x_2)$ ($f(x_1) \ge f(x_2)$).



Rastúce a klesajúce funkcie na množine A sa nazývajú ***rýdzo monotónne na množine*** A; neklesajúce a nerastúce funkcie na množine A sa nazývajú ***monotónne na množine*** A.

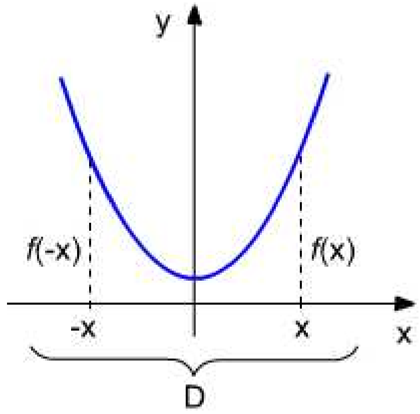
Funkcia na danom obrázku nie je na množine A ani rastúca (ani klesajúca), podmienku $f(x_1) < f(x_2)$ ($f(x_1) > f(x_2)$) nespĺňa pre každú dvojicu bodov $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$.



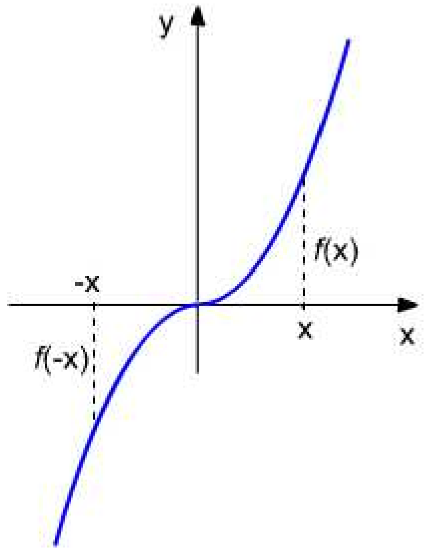
Párne a nepárne funkcie

Definícia 2.6 Funkcia f sa nazýva ***párna***, resp. ***nepárna***, ak platí
1. $x \in D(f) \Rightarrow -x \in D(f)$,
2. $f(x) = f(-x)$, resp. $f(-x) = -f(x), \forall x \in D(f)$.

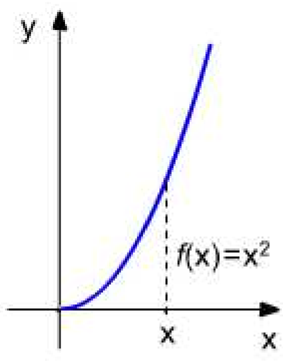
Graf párnej funkcie je súmerný vzhľadom na os *y* .

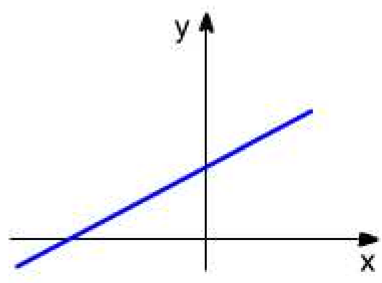


Graf funkcie nepárnej je súmerný vzhľadom na začiatok súradnicovej sústavy.



Príklady funkcií ktoré nepatria ani do triedy párnych ani do triedy nepárnych funkcií.



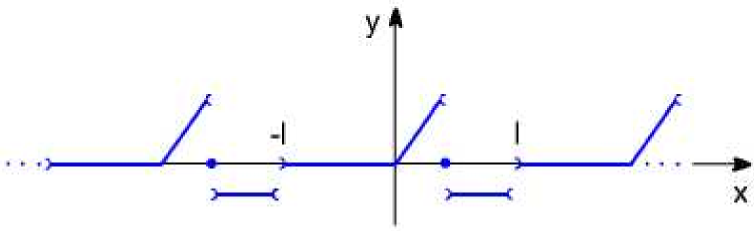


Periodické funkcie

Definícia 2.7 Funkciu f nazývame ***periodickou***, ak existuje také reálne číslo $p > 0$, že platí

1. $x \in D(f) \Rightarrow x - p \in D(f),\, x + p \in D(f)$,
2. $\forall x \in D(f)$ je $f(x+p) = f(x)$.

Číslo p nazývame ***periódou funkcie*** f.



Najmenšia perióda (ak existuje) sa nazýva *základná perióda* (na obrázku je $p = 2l$).