

**Príklad 8.2**

Nájdime objem telesa, ktoré vznikne rotáciou elementárnej oblasti okolo osi  $x$  určenej krivkou :  
 $x = 2 \cos t, y = 2 \sin t, \quad t \in \langle 0, \pi/2 \rangle$ .

*Riešenie.* Je zrejmé, že sa jedná o výpočet objemu polovice gule s polomerom  $r=2$ .

Podľa vzorca dostávame

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_{\alpha}^{\beta} \psi^2(t) |\varphi'(t)| dt = \pi \int_0^{\pi/2} (2 \sin t)^2 |(2 \cos t)'| dt = \\ &= \pi \int_0^{\pi/2} (2 \sin t)^2 | -2 \sin t | dt = 8\pi \int_0^{\pi/2} (1 - \cos^2 t) \sin t dt. \end{aligned}$$

Zavedením substitúcie  $u = \cos t \Rightarrow du = -\sin t dt$  je

$$V = -8\pi \int_1^0 (1 - u^2) du = -8\pi \left[ u - \frac{u^3}{3} \right]_1^0 = 8\pi \left( 1 - \frac{1^3}{3} \right) = \frac{2}{3} \pi 2^3.$$

Teda  $V = \frac{16}{3} \pi.$

