Niektoré vlastnosti množín

Definícia 1.3 Nech $M \subset \mathbf{R}$. Ak existuje také reálne číslo $D \in M$, že pre každé $x \in M$ je $x \leq D$, tak číslo D nazývame ***najväčším prvkom (maximom) množiny*** M a označujeme ho $\max M$.
Ak existuje také reálne číslo $d \in M$, že pre každé $x \in M$ je $x \geq d$, tak číslo d nazývame ***najmenším prvkom (minimom) množiny*** M a označujeme ho $\min M$.

Ak D je najväčším prvkom množiny M, tak je aj supremom množiny M. Podobne ak d je najmenším prvkom množiny M, tak je aj infimom množiny M.

Definícia 1.4 Nech M je neprázdna podmnožina $\mathbf{R}$. Ak existuje také číslo $K \in \mathbf{R}$ ($k \in \mathbf{R}$), že pre všetky $x \in M$ je $x \leq K$ ($x \geq k$), tak číslo K (k) nazývame ***horným (dolným) ohraničením*** množiny M a hovoríme, že M je ***zhora (zdola) ohraničená***. Ak neprázdna množina $M \subset \mathbf{R}$ je zhora aj zdola ohraničená, hovoríme, že je ohraničená.
Najmenšie horné ohraničenie S neprázdnej množiny $M \subset \mathbf{R}$ nazývame ***supremom množiny*** M. Píšeme $S = \sup M$. Najväčšie dolné ohraničenie s neprázdnej množiny $M \subset \mathbf{R}$ nazývame ***infimom množiny*** M. Píšeme $s = \inf M$.

Príklad *Nájdime minimum, maximum, infimum a supremum množín* A=$(0,1)$, B=$(0,1\rangle$, C=$\langle 0,1)$, D$\langle 0,1\rangle$.

Riešenie.

- $\inf A = 0, \sup A = 1$ (nemá minimum ani maximum),
- $\inf B = 0, \max B = \sup B = 1$ (nemá minimum),
- $\inf C = \min C = 0, \sup C = 1$ (nemá maximum),
- $\inf D = \min D = 0, \sup D = \max D = 1$.

Platí:

- neprázdna podmnožina $M \subset \mathbf{R}$ má najviac jedno supremum (infimum),
- každá neprázdna zhora (zdola) ohraničená množina $M \subset \mathbf{R}$ má supremum (infimum).

Definícia 1.5 Nech $\mathbf{N}$ je najmenšou podmnožinou $\mathbf{R}$ s vlastnosťami:

- $1 \in \mathbf{N}$,
- ak $n \in \mathbf{N}$, tak aj $n+1 \in \mathbf{N}$.

Potom množinu $\mathbf{N}$ nazývame ***množinou*** všetkých ***prirodzených čísel***.

Množina $\mathbf{N}$ je zhora neohraničená. V niektorej literatúre sa táto množina prirodzených čísel označuje $\mathbf{N}^+$ a pod množinou $\mathbf{N}$ sa rozumie množina $\mathbf{N}^+$ doplnená o nulu.

Definícia 1.6 Množinu $\mathbf{Z} = \mathbf{N} \cup \{-a \in \mathbf{R} : a \in \mathbf{N} \cup \{0\}\}$ nazývame ***množinou*** všetkých ***celých čísel***.

Definícia 1.7 Množinu $\mathbf{Q} = \left\{\frac{p}{q} \in \mathbf{R} : p \in \mathbf{Z}, q \in \mathbf{N}\right\}$ nazývame ***množinou*** všetkých ***racionálnych čísel***.