

## Asymptoty grafu funkcie

Pri konštrukcii grafu funkcie nám dôležitú informáciu poskytuje vyšetrenie funkcie v okolí bodov nespojitosti a vyšetrenie jej priebehu pre  $x \rightarrow -\infty$  a pre  $x \rightarrow +\infty$ .

### Definícia 5.5

1. Nech funkcia  $f$  je definovaná na istom okolí  $O^0(x_0)$  bodu  $x_0$ . Priamka  $x = x_0$  sa nazýva **asymptota bez smernice** grafu funkcie, ak funkcia  $f$  má v bode  $x_0$  aspoň jednu nevlastnú jednostrannú limitu.

2. Nech funkcia  $f$  je definovaná na niektorom z intervalov  $(a, \infty)$  alebo na intervale  $(-\infty, \infty)$ . Ak existuje taká priamka  $y = kx + q$ , že

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - kx - q) = 0 \text{ alebo } \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - kx - q) = 0,$$

tak ju nazývame **asymptotou so smernicou** grafu funkcie  $f$  v nevlastnom bode  $-\infty$ , resp.  $+\infty$ .

**Veta 5.9** Priamka  $y = kx + q$  je asymptota grafu funkcie  $f$  pre bod  $-\infty$  práve vtedy, keď

$$k = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} \in \mathbf{R} \text{ a } q = \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - kx) \in \mathbf{R}.$$

Priamka  $y = kx + q$  je asymptota grafu funkcie  $f$  pre bod  $+\infty$  práve vtedy, keď

$$k = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} \in \mathbf{R} \text{ a } q = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - kx) \in \mathbf{R}.$$

