Vlastnosti určitého integrálu

Určitý integrál $\int_a^b f(x)dx$ sme definovali pre $a<b$. Ak je funkcia integrovateľná na $\langle a,b\rangle$, kladieme $\int_b^a f(x)dx=-\int_a^b f(x)dx$.

Veta 7.2 Ak je funkcia *f* ***spojitá*** na intervale $\langle a,b\rangle$, tak je na tomto intervale ***integrovateľná***.

Okrem toho $\int_a^a f(x)dx=0$ pre každú funkciu *f*.

Veta 7.3 Nech funkcia *f* je ***ohraničená*** na intervale $\langle a,b\rangle$, a má v tomto intervale konečný počet bodov nespojitosti, potom je na tomto intervale ***integrovateľná***.

Veta 7.4 Nech *c* je konštantná funkcia, potom $\int_a^b c\,dx=c(b-a)$

Veta 7.5 Nech funkcie *f*, *g* sú integrovateľné funkcie na intervale $\langle a,b\rangle, \alpha\in R$. Potom platí

$$\int_a^b [f(x)+g(x)]dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx, \quad \int_a^b \alpha f(x)dx=\alpha\int_a^b f(x)dx.$$

Veta 7.6 Nech funkcia *f* je nezáporná, integrovateľná funkcia na intervale $\langle a,b\rangle$. Potom $\int_a^b f(x)dx\ge 0$.

Veta 7.7 Nech funkc*ie f*, *g* sú integrovateľné funkcie na intervale $\langle a,b\rangle$ a nech $f(x)\le g(x)$ na $\langle a,b\rangle$. Potom $\int_a^b f(x)dx\le\int_a^b g(x)dx$.

Veta 7.8 Nech funkcie *f*, *g* sú integrovateľné funkcie na intervale $\langle a,b\rangle$, $g(x)\ge 0, m\le f(x)\le M$ pre každé $x\in\langle a,b\rangle$. Potom platí:

- $m\int_a^b g(x)dx\le\int_a^b f(x)g(x)dx\le M\int_a^b g(x)dx$
- Existuje číslo $\mu\in\langle m,M\rangle$ také, že platí

  $$\int_a^b f(x)g(x)dx=\mu\int_a^b g(x)dx$$

- Ak je funkcia *f* spojitá na intervale $\langle a,b \rangle$, tak existuje číslo $\xi \in \langle a,b \rangle$ také, že $\int_a^b f(x)g(x)dx = f(\xi)\int_a^b g(x)dx$.