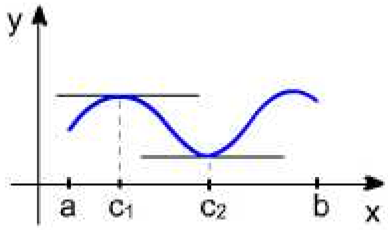
Vlastnosti diferencovateľných funkcií na intervale

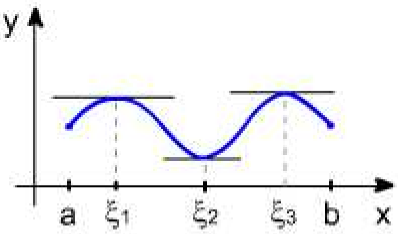
Nasledujúce vety sa často nazývajú vety o strednej hodnote diferenciálneho počtu.

Veta 4.7 Nech funkcia $f:\langle a,b\rangle \to \mathbf{R}$ nadobúda vo vnútornom bode c intervalu $\langle a,b\rangle$ najväčšiu (najmenšiu) hodnotu. Ak navyše funkcia f má v bode c deriváciu, tak $f'(c)=0$.



Veta 4.8 (Rollova veta) Nech funkcia f má tieto vlastnosti:
1. Je spojitá na uzavretom intervale $\langle a,b\rangle$.
2. Má deriváciu na otvorenom intervale (a,b).
3. Platí $f(a)=f(b)$.

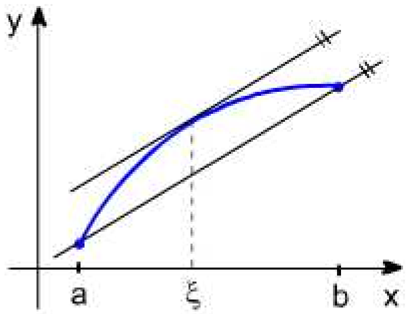
Potom na otvorenom intervale (a,b) existuje aspoň jeden bod ξ taký, že $f'(\xi)=0$.



Veta 4.10 (Lagrangeova veta) Nech funkcia f má tieto vlastnosti:
1. Je spojitá na uzavretom intervale $\langle a,b\rangle$.
2. Má deriváciu na otvorenom intervale (a,b).

Potom na otvorenom intervale (a,b) existuje aspoň jeden bod ξ taký, že

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(\xi).$$



Veta 4.9 (Cauchyho veta) Nech funkcie f a g majú tieto vlastnosti:
1. Sú spojité na uzavretom intervale $\langle a,b\rangle$.
2. Majú deriváciu na otvorenom intervale (a,b).
3. Platí $g'(x)\neq 0,\quad \forall x\in(a,b)$.

Potom na otvorenom intervale (a,b) existuje aspoň jeden bod ξ taký, že

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\frac{f'(\xi)}{g'(\xi)}.$$

Poznámka Lagrangeova veta sa často nazýva aj veta o prírastku funkcie, pretože pomocou nej môžeme vyjadriť prírastok funkcie
$f(b)-f(a)=f'(\xi)(b-a)$.