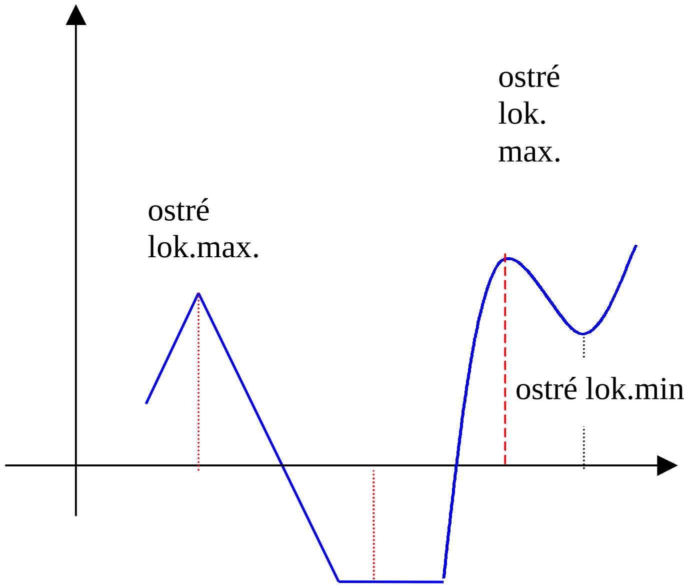
Lokálne extrémy funkcií

Definícia 5.1 Hovoríme, že funkcia f má v bode $x_0 \in I^0$ ***lokálne maximum***, resp. ***lokálne minimum***, ak existuje prstencové okolie $O^0(x_0)$ bodu x_0 také, že pre všetky $x \in O^0(x_0)$ platí $f(x) \le f(x_0)$, resp. $f(x) \ge f(x_0)$. Ak platia iba ostré nerovnosti má funkcia v bode x_0 ***ostré lokálne maximum***, resp. ***minimum***.



Veta 5.3 Nech funkcia f má v bode x_0 lokálny extrém a nech existuje $f'(x_0)$, potom $f'(x_0) = 0$.

Bod $x \in I^0$ nazývame ***stacionárnym bodom*** funkcie f, ak existuje $f'(x_0)$ a platí $f'(x_0) = 0$. Spojitá funkcia môže mať lokálny extrém aj v bode, v ktorom neexistuje derivácia f'.

Poznámka Ak f' pri "prechode cez bod x_0" nemení znamienko, tak funkcia f nemá v bode x_0 lokálny extrém. Ak f' mení znamienko z + na - má funkcia v bode x_0 lokálne maximum. Ak f' mení znamienko z - na + má funkcia v bode x_0 lokálne minimum.

Ak funkcia f má lokálne extrémy len v bodoch $x_1, x_2, \dots, x_n \in I = \langle a, b\rangle$, tak

- globálne $\min\limits_{x\in I} f(x) = \min\{f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(a), f(b)\}$,
- globálne $\max\limits_{x\in I} f(x) = \min\{f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(a), f(b)\}$.