Výpočet derivácie funkcie

Veta 4.3 Nech funkcie f a g majú v bode x_0 derivácie $f'(x_0)$ a $g'(x_0)$; nech $c \in \mathbf{R}$. Potom funkcie cf, $f+g$, fg a ak $g(x_0) \neq 0$, tak aj funkcia f/g majú derivácie v bode x_0 pre ktoré platí:

- $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$,
- $(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$,
- $(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$,
- $\left(\dfrac{f}{g}\right)'(x_0) = \dfrac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{[g(x_0)]^2}$.

Derivácia inverznej funkcie

Veta 4.4 Nech f je spojitá a rýdzo monotónna funkcia na intervale J, nech f^{-1} je inverzná funkcia k funkcii f a $y_0 = f^{-1}(x_0)$ je vnútorný bod intervalu J. Ak $f'(y_0) \neq 0$, tak funkcia f^{-1} má deriváciu v bode $x_0 = f(y_0)$ a platí

$$(f^{-1})'(x_0) = \frac{1}{(f)'(y_0)}.$$

Poznámka Ak pre spojitú, rýdzomonotónnu funkciu f na otvorenom intervale J je splnená podmienka $f'(y_0) \neq 0$ v každom bode $y \in J$, tak pre každé $x \in f(J)$ platí

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{(f)'(y)},$$

kde $x = f(y)$, $y \in J$, $y = f^{-1}(x)$, $x \in f(J)$. Pomocou Leibnizovho označenia môžeme daný vzťah zapísať v tvare

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}.$$

Derivácia zloženej funkcie

Veta 4.5 Nech zložená funkcia $y = f(g(x))$ je definovaná na istom okolí $O(x_0)$ bodu x_0. Nech funkcia g má v bode x_0 deriváciu $g'(x_0)$ a nech funkcia f má v bode $u_0 = g(x_0)$ deriváciu $f'(u_0)$. Potom funkcia F má v bode x_0 deriváciu

$$F'(x_0) = f'(u_0)g'(x_0).$$

Poznámka Ak má vnútorná zložka g deriváciu v každom bode $x \in (a,b)$ a vonkajšia zložka f v každom odpovedajúcom bode $u = g(x)$, tak má zložená funkcia F deriváciu na intervale (a,b) a platí

$$F'(x) = f'(u)g'(x),$$

kde $u = g(x)$.