12.2 Eulerova diferenciálna rovnica

Diferenciálnu rovnicu tvaru

$$(ax+b)^n y^{(n)} + a_1(ax+b)^{n-1}y^{(n-1)} + \cdots + a_{n-1}(ax+b)y' + a_n y = f(x),$$

kde a_i, $i = 1, \ldots, n$, $a \neq 0$, b sú čísla, nazývame **Eulerovou diferenciálnou rovnicou**. Túto rovnicu budeme vedieť riešiť, ak vieme riešiť danú rovnicu bez pravej strany. Ukážeme si postup pre $n = 2$. Zavedením substitúcie $ax + b = e^t$ dostaneme

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} a e^{-t}, \quad y'' = \frac{d^2y}{dx^2} = a^2 e^{-2t} \left\{ -\frac{dy}{dt} + \frac{d^2y}{dt^2} \right\}.$$

Potom dostaneme diferenciálnu rovnicu

$$a^2 e^{-2t} e^{2t} \left\{ -\frac{dy}{dt} + \frac{d^2y}{dt^2} \right\} + a_1 \frac{dy}{dt} a e^{-t} e^t + a_2 y = 0$$

a po úprave dostaneme diferenciálnu rovnicu s konštantnými koeficientmi, kde neznáma funkcia y je funkciou premennej t, ktorú už vieme riešiť.