

## 3.2 Fourierov rad neperiodickej funkcie

Ak chceme vyjadriť neperiodickú, po častiach spojitú funkciu  $f : \langle a, a + l \rangle \rightarrow \mathbf{R}$  pomocou Fourierovho radu, musíme ju najskôr periodicky predĺžiť.

**Definícia 3.2** *Periodické predĺženie po častiach spojitej funkcie  $f : \langle a, a + l \rangle \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $a \in \mathbf{R}$  sa nazýva funkcia*

$$f_p(x) = \begin{cases} \nearrow f(x), & \text{pre } x \in (a, a + l), \\ \rightarrow f(x - kl), & \text{pre } x \in (a + kl, a + (k + 1)l), \\ \searrow \frac{1}{2} \left[ \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow (a+l)^-} f(x) \right], & \text{pre } x = a + kl, \quad k \in \mathbf{Z}. \end{cases}$$

Fourierov rad funkcie  $f_p$  (už je periodická a po častiach spojitá) nazývame *Fourierov rad* funkcie  $f$  pre interval  $\langle a, a + l \rangle$ .

**Definícia 3.3** *Párne predĺženie po častiach spojitej funkcie  $f : \langle 0, l \rangle$  na interval  $\langle -l, l \rangle$  sa nazýva funkcia*

$$f_{pp}(x) = \begin{cases} \nearrow f(x), & \text{pre } x \in \langle 0, l \rangle, \\ \searrow f(-x), & \text{pre } x \in \langle -l, 0 \rangle. \end{cases}$$

**Definícia 3.4** *Nepárne predĺženie po častiach spojitej funkcie  $f : \langle 0, l \rangle$  na interval  $\langle -l, l \rangle$  sa nazýva funkcia*

$$f_{np}(x) = \begin{cases} \nearrow f(x), & \text{pre } x \in (0, l), \\ \rightarrow 0, & \text{pre } x = 0, \\ \searrow -f(-x), & \text{pre } x \in \langle -l, 0 \rangle. \end{cases}$$

**Príklad 3.2** *Nájdime Fourierov sínusový rad funkcie  $f(x) = x$  pre interval  $\langle 0, \pi \rangle$ .*

*Riešenie.* Nepárnym periodickým predĺžením danej funkcie je funkcia z príkladu ?? a teda sínusový rad danej funkcie pre interval  $\langle 0, \pi \rangle$  má tvar

$$f(x) \approx \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}}{n} \sin nx.$$