

## 14.1 Rady

**Príklad** Vypočítajte:  $s_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n^2 + 3n + 2)}$ ,  $s_2 = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$ ,  $s_3 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k}$ .

**Riešenie.** Použitím MATLABu dostávame:

```
>> syms x n
```

```
>> s1 = symsum(1/(n^2+3*n+2),1,inf)
s1 = 1/2
```

```
>> s2 = symsum(x^n,n,0,inf)
s2 = -1/(x-1)
```

```
>> syms x k
>> s3 = symsum(x^k/k,k,1,inf)
s3 = -log(1-x)
```

**Príklad** Nájdite prvých osem členov rozvoja funkcie  $f_1(x) = \cos x$  a  $f_2(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$  do Taylorovho radu v okolí bodu  $x = 0$ .

**Riešenie.** Použitím MATLABu dostávame:

```
>> syms x
>> f1 = cos(x)
f1 = cos(x)
```

```
>> T1 = taylor(f1,8)
T1 = 1-1/2*x^2+1/24*x^4-1/720*x^6
```

```
>> f2 = (1-cos(x))/x^2
```

```
f2 = (1-cos(x))/x^2
```

```
>> T2 = taylor(f2,8)
```

```
T2 = 1/2-1/24*x^2+1/720*x^4
```

**Príklad** Nájdite aproximáciu funkcie  $f(x) = x$ ,  $x \in \langle -\pi, \pi \rangle$  pomocou časti Fourierovho radu.

**Riešenie.** Riešenie hľadáme v tvare

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx,$$

$$\text{kde } a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx, \quad a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nxdx, \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nxdx.$$

Použitím MATLABu dostávame:

```
>> syms x n
>> f=x
```

$f = x$

```
>> a0=1/pi*int(x,x,-pi,pi),an=1/pi*int(x*cos(n*x),x,-pi,pi), bn=1/pi*int(x*sin(n*x),x,-pi,pi)
a0=0
an=0
bn=-5734161139222659/9007199254740992*(-sin(pi*n)+pi*n*cos(pi*n))/n^2
```

Teda danú funkciu môžeme aproximovať pomocou radu:

```
>> s = symsum(bn*sin(n*x),n,1,inf)
```

```
s =
sum(-5734161139222659/9007199254740992*(-sin(pi*n)+pi*n*cos(pi*n))/n^2*sin(n*x),n =
1 .. inf)
```

Ak aproximujeme danú funkciu pomocou Fourierovho radu pre  $n = 1$  dostaneme

```
>> s1 = symsum(bn*sin(n*x),n,1,1)
```

```
s1=5734161139222659/9007199254740992*pi*sin(x)
```

Ak aproximujeme danú funkciu pomocou Fourierovho radu pre  $n = 3$  dostaneme

```
>> s3 = symsum(bn*sin(n*x),n,1,3)
s3 =
5734161139222659/9007199254740992*pi*sin(x)-
5734161139222659/18014398509481984*pi*sin(2*x)+1911387046407553/90071992547409
92*pi*sin(3*x)
```

Postup pre zostrojenie grafov funkcie  $f(x) = x$ ,  $x \in \langle -\pi, \pi \rangle$  a aproximácie tejto funkcie pomocou jej Fourierovho radu pre  $n = 1$  a  $n = 3$ :

```
>> syms x n
>> x = -pi:pi/20:pi;
>> plot(5734161139222659/9007199254740992*pi*sin(x),'b');
>> hold on;
>> plot(5734161139222659/9007199254740992*pi*sin(x)-
5734161139222659/18014398509481984*pi*sin(2*x)+1911387046407553/90071992547409
92*pi*sin(3*x),'r');
>> hold on
>> plot(x, 'k');
>> hold off
```

