10.1 Metrika v rovine komplexných čísel

V tejto stati predpokladáme základné znalosti o komplexných číslach z predmetu Lineárna algebra. Tieto vlastnosti sú stručne uvedené v Prílohe.

Zavedieme niektoré pojmy, ktoré budeme potrebovať v ďalších častiach.

Definícia 10.1 *Nech* $z_1 = x_1 + i\,y_1$, $z_2 = x_2 + i\,y_2$ *sú ľubovoľné komplexné čísla. Ich vzdialenosťou* $\rho(z_1, z_2)$ *rozumieme euklidovskú vzdialenosť ich obrazov v Gaussovej rovine, t. j.*

$$\rho(z_1, z_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = |z_1 - z_2|.$$

Množinu $\boldsymbol{C}^* = \boldsymbol{C} \cup \{\infty\}$ nazývame **rozšírenou (uzavretou) Gaussovou (komplexnou) rovinou**. Prvky množiny $\boldsymbol{C}$ nazývame **konečnými komplexnými číslami** (bodmi) a prvok $\infty \in \boldsymbol{C}^*$ nazývame **nevlastným** alebo **nekonečným komplexným číslom** resp. bodom.

Pojem δ-okolia konečného komplexného čísla $z_0 \in \boldsymbol{C}$ môžeme definovať analogicky ako okolie bodu v euklidovskej rovine.

Definícia 10.2 *Nech* $z_0 \in \boldsymbol{C}$, $\delta \in \boldsymbol{R}$, $\delta > 0$. *Množinu bodov*

$$O_\delta(z_0) = \{z \in \boldsymbol{C} : \quad \rho(z, z_0) < \delta\} = \{z \in \boldsymbol{C} : \quad |z - z_0| < \delta\}$$

nazývame **δ-okolím bodu** z_0. *Množinu bodov*

$$O_\delta(\infty) = \left\{ z \in \boldsymbol{C}^* : \quad |z| > \frac{1}{\delta} \right\}$$

nazývame **δ-okolím bodu** ∞.

Množinu bodov $\mathring{O}_\delta(z_0) = O_\delta(z_0) - \{z_0\}$ *budeme nazývať* **prstencovým δ-okolím bodu** z_0.

Na rozdiel od reálnych čísel na množine komplexných čísel nie je zavedený vzťah usporiadania. Vzorce, v ktorých sa vyskytujú symboly $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, majú len vtedy zmysel, ak na ich oboch stranách vystupujú reálne čísla.