

## 2.5 Cvičenia 2

1. Nájdite obor konvergenzie daného funkcionálneho radu:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{(n-1)!}; & [(-\infty, \infty)] & \text{c)} \sum_{n=1}^{\infty} (3-x^2)^n; \quad [(-2, -\sqrt{2}), (\sqrt{2}, 2)] \\ \text{b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!x^n}{n^n}; & [(-e, e)] & \text{d)} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{x(x+n)}{n}\right]^n. \quad [(-1, 1)] \end{array}$$

2. Vypočítajte polomer konvergenzie mocninového radu:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)5^{n-1}x^{n-1}; & [1/5] & \text{e)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)!}{n^n(2n)!}x^n; \quad [4e/27] \\ \text{b)} \sum_{n=1}^{\infty} n!x^n; & [0] & \text{f)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2n-1}; \quad [1] \\ \text{c)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!(2n+1)}; & [\infty] & \text{g)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2^n(n+1)(n+2)}; \quad [2] \\ \text{d)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n 3^n}{\sqrt{2^n}}; & [\sqrt{2}/3] & \text{h)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}(x-2)^n. \quad [e] \end{array}$$

3. Nájdite obor konvergenzie mocninových radov:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}; & [(-\infty, \infty)] & \text{e)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{\sqrt{n}}; \quad [(-0, 1; 0, 1)] \\ \text{b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{n^n}x^n; & [(-e, e)] & \text{f)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!x^n}{(2n-1)!!}; \quad [(-2, 2)] \\ \text{c)} \sum_{n=1}^{\infty} 3^{n^2}x^{n^2}; & [(-1/3, 1/3)] & \text{g)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2 x^n}{(2n)!}. \quad [(-4, 4)] \\ \text{d)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^k}{n!}x^n; & [(-\infty, \infty)] & \text{h)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n-1}. \quad [(-2, 2)] \end{array}$$

4. Derivovaním alebo integrovaním člena po člene vhodného mocninového radu nájdite mocninový rad danej funkcie:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \arctg x; & \left[ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}, \langle -1, 1 \rangle \right] \\ \text{b)} \arcsin x. & \left[ x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}, \langle -1, 1 \rangle \right] \end{array}$$

5. Derivovaním alebo integrovaním vhodného radu nájdite súčet daného radu:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)x^{2n}; & [(1+x^2)/(1-x^2)^2] \\ \text{b)} \sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}; & [1/(1-x)^2] \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{2n}; & [-(1/2) \ln |1 - (x-3)^2|] \\ \text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^{n-1}}{2n}; & [2/(2-x)^2] \\ \text{e) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{2} x^{n-1}; & [1/(1-x)^3] \end{array}$$

6. Pomocou vhodného mocninového radu nájdite súčet daného radu:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)(n+2)}{2^n}; & [16] \\ \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{12n}{4^{3n}}. & [156/2323] \end{array}$$

7. Pomocou vhodných mocninových radov vypočítajte dané číslo s chybou menšou ako  $10^{-4}$ :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sin 0,5; & [0,4794] \\ \text{b) } \cos 10^\circ; & [0,9848] \\ \text{c) } \ln 2. & [0,6931] \end{array}$$