

11.6 Test 11

1. T11-1 (5b) Komplexnú funkciu reálnej premennej $f(t)$ budeme nazývať **predmetom (originálom, vzorom)** práve vtedy, keď spĺňa podmienky (označte správne formulované podmienky):

- (a) $f(t) = 0$ pre $t < 0$.
- (b) $f(t)$ je na intervale $\langle 0, \infty \rangle$ po častiach spojitá funkcia, t.j. na každom konečnom intervale $\langle a, b \rangle$ má konečný počet bodov nespojitosti prvého druhu.
- (c) $f(t)$ je na intervale $\langle 0, \infty \rangle$ po častiach spojitá funkcia.
- (d) $f(t)$ je na intervale $\langle 0, \infty \rangle$ po častiach spojitá funkcia, t.j. na každom konečnom intervale $\langle a, b \rangle$ má konečný počet bodov nespojitosti druhého druhu.
- (e) Existujú také reálne čísla $M > 0$ a α , že pre ľubovoľné $t \in \langle 0, \infty \rangle$ platí $|f(t)| \leq Me^{\alpha t}$.

2. T11-2 (4b) Ktorá z nasledujúcich funkcií je predmetom?

- (a) $f(t) = 2 + t, t \in (-4, \infty)$.
- (b) $f(t) = \eta(t) \sin t$.
- (c) $f(t) = \eta(t) \frac{1}{t^2 - 1}$.
- (d) $f(t) = \eta(t) t^5$.

3. T11-3 (2b) Komplexnú funkciu $F(p)$ určenú predpisom:

- (a) $F(p) = \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt, \quad p \in D,$
- (b) $F(p) = \int_{-\infty}^\infty f(t) e^{-pt} dt, \quad p \in D,$
- (c) $F(p) = \int_0^\infty f(t) e^{pt} dt, \quad p \in D,$
- (d) $F(p) = \int_0^p f(t) e^{-pt} dt, \quad p \in D,$

nazývame Laplaceov obraz funkcie $f(t)$.

4. T11-4 (4b) Ak f je predmet, F jeho obraz, $s \in \mathbf{C}$ je ľubovoľné číslo, $\tau > 0$, tak:

- (a) $e^{st} f(t) \div F(p - s).$
- (b) $e^{st} f(t) \div pF(p).$
- (c) $f(t - \tau) \div e^{\tau p} F(p).$
- (d) $f(t - \tau) \div e^{-\tau p} F(p).$

5. T11-5 (4b) Nech funkcia f a jej derivácia sú predmety a nech f je spojitá na intervale $(0, \infty)$ a $f(0+) = \lim_{t \rightarrow 0+} f(t)$. Ak $f(t) \div F(p)$, tak:

- (a) $f'(t) \div pF(p),$
- (b) $f'(t) \div pF(p) - f(0+),$
- (c) $f'(t) \div F(p) - f(0+),$
- (d) $f'(t) \div pF'(p) - f(0+).$

6. T11-6 (4b) Ak predmetu $f(t)$ odpovedá obraz $F(p)$, tak:

- (a) $(-1)^n t^n f(t) \div F^{(n)}(p), n \in \mathbf{N}.$
- (b) $\int_0^t f(\tau) d\tau \div \frac{F(p)}{p}.$
- (c) $tf(t) \div F'(p).$
- (d) $\int_t^0 f(\tau) d\tau \div \frac{F(p)}{p}.$

7. T11-7 (3b) Nutnou a postačujúcou podmienkou toho, aby racionálna funkcia $F(p) = \frac{A(p)}{B(p)}$ (A, B sú polynómy nad množinou komplexných čísel) bola Laplaceovým obrazom nejakého predmetu je:

- (a) Stupeň polynómu A je nižší ako stupeň polynómu B .
- (b) Stupeň polynómu B je nižší ako stupeň polynómu A .
- (c) Existuje vždy.

8. T11-8 (3b) Ktoré korešpondencie predmet obraz sú pravdivé?

(a) $\eta(t) \div 1,$

(d) $\sin \omega t \div \frac{p}{p^2 + \omega^2},$

(b) $e^{at} \div \frac{1}{p - a},$

(e) $\sin \omega t \div \frac{\omega}{p^2 + \omega^2},$

(c) $\eta(t) \div \frac{1}{p},$

(f) $\sin \omega t \div \frac{\omega}{p^2 - \omega^2},$