7.9 Test 7

1. T7-1 (1b) Je pravdivé tvrdenie: Každé delenie oblasti pre $n \to \infty$ je normálnym delením?

   (a) Nie. (b) Áno.

2. T7-2 (2b) Nech σ_{xy} je elementárna oblasť vzhľadom na os O_x určená takto:

$$\sigma_{xy} = \{(x, y)| \quad a \le x \le b, \varphi(x) \le y \le \psi(x)\},$$

   kde funkcie φ, ψ sú spojité pre $x \in \langle a, b\rangle$. Potom platí:

   (a) $$\iint\limits_{\sigma_{xy}} f(x, y)d\sigma = \int\limits_a^b \left(\int\limits_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(x, y)dy \right) dx,$$

   (b) $$\iint\limits_{\sigma_{xy}} f(x, y)d\sigma = \int\limits_a^b \left(\int\limits_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(x, y)dx \right) dy.$$

3. T7-3 (2b) Nech σ_{xy} je elementárna oblasť vzhladom na os O_x určená takto:

$$\sigma_{xy} = \{(x, y)| \quad a \le x \le b, \varphi(x) \le y \le \psi(x)\},$$

   a

$$\omega_{xyz} = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 |\, a \le x \le b, \varphi(x) \le y \le \psi(x), f_1(x, y) \le z \ \le f_2(x, y)\}.$$

   Potom

$$\iiint\limits_{\omega_{xyz}} f(x, y, z)dxdydz =$$

   (a) $$= \iint\limits_{\sigma_{xy}} [\int\limits_{f_1(x,y)}^{f_2(x,y)} f(x, y, z)dz]dxdy,$$

   (b) $$= \int\limits_a^b \{ \int\limits_{\varphi(x)}^{\psi(x)} [\int\limits_{f_1(x,y)}^{f_2(x,y)} f(x, y, z)dz]dy\}dx.$$

4. T7-4 (2b) Oblasť $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \le 1$, môžeme popísať pomocou nerovností:

   (a) $-1 \le x \le 1$, $-1 \le y \le 1$,
   (b) $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$,
   (c) $-1 \le x \le 1$, $-\sqrt{1 - x^2} \le y \le \sqrt{1 - x^2}$,
   (d) $-1 \le x \le 1$, $0 \le y \le \sqrt{1 - x^2}$.

5. T7-5 (2b) Oblast $\rho \le 1$, môžeme popísať pomocou nerovností:

(a) $0 \leq \varphi \leq \pi,\ 0 \leq \rho \leq 1,$

(b) $0 \leq \varphi \leq 2\pi,\ 0 \leq \rho \leq 1,$

(c) $0 \leq \varphi \leq 2\pi,\ -1 \leq \rho \leq 1,$

(d) $-\pi \leq \varphi \leq \pi,\ 0 \leq \rho \leq 1.$

6. T7-6 (4b) Nech oblasť $D : x + y = 2, y = 0, y = \sqrt{x}$, potom

$$\iint\limits_D 2y dx dy =$$

(a) $= \int\limits_0^1 \left(\int\limits_{y^2}^{2-y} 2y dx \right) dy,$

(b) $= \int\limits_0^2 \left(\int\limits_0^2 2y dy \right) dx,$

(c) $= \int\limits_0^1 dy \int\limits_{y^2}^{2-y} 2y dx,$

(d) quad $= \int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{\sqrt{x}} 2y dy + \int\limits_1^2 dx \int\limits_0^{2-x} 2y dy.$