2.3 Spojitosť, derivácia a integrál súčtu mocninového radu

Vyšetrujme rovnomernú konvergenciu mocninového radu.

Veta 2.7 *Nech mocninový rad* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n(x-x_0)^n$ *má nenulový polomer konvergencie* ρ*. Potom tento rad rovnomerne konverguje na každom intervale* $\langle x_0 - r, x_0 + r\rangle \subset (x_0 - \rho, x_0 + \rho)$*.*

Veta 2.8 *Nech* $\rho > 0$ *je polomer konvergencie mocninového radu* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n(x - x_0)^n$*. Potom jeho súčet* $s : (x_0 - \rho, x_0 + \rho) \to \mathbf{R}$ *je spojitá funkcia.*

Veta 2.9 *Mocninové rady* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n(x - x_0)^n$, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} na_n(x - x_0)^{n-1}$ *a* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+1}(x - x_0)^{n+1}$ *majú rovnaký polomer konvergencie.*

Veta 2.10 *(Veta o derivovaní a integrovaní mocninového radu) Nech* $\rho > 0$ *je polomer konvergencie mocninového radu* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n(x - x_0)^n$ *a nech funkcia* $s(x) := \sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n(x - x_0)^n$, $x \in (x_0 - \rho, x_0 + \rho)$*. Potom pre každé* $x \in (x_0 - \rho, x_0 + \rho)$ *platí:*

- $s'(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} na_n(x - x_0)^{n-1}$,
- $\int\limits_{x_0}^{x} s(t)dt = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+1}(x - x_0)^{n+1}$.