6.6 Systémy obyčajných diferenciálnych rovníc

Uvedieme najjednoduchšiu metódu riešenia systémov diferenciálnych rovníc, nazývanú eliminačná metóda. Princíp tejto metódy vysvetlíme na nasledujúcom príklade

Príklad 6.6 *Nájdime partikulárne riešenie sústavy diferenciálnych rovníc*

$$4z' - 2y' + 4z - y = e^{-x},$$

$$z' + 8z - 3y = 5e^{-x},$$

vyhovujúce začiatočným podmienkam $z(0) = 1$, $y(0) = 2$.

Riešenie. Z druhej rovnice vypočítame y a dosadíme ho do prvej rovnice. Po úprave dostaneme diferenciálnu rovnicu

$$z'' + z' - 2z = -4e^{-x}.$$

Riešením tejto diferenciálnej rovnice je

$$z = C_1e^x + C_2e^{-2x} + 2e^{-x}.$$

Vypočítané z dosadíme do druhej rovnice a dostaneme

$$y = 3C_1e^x + 2C_2e^{-2x} + 3e^{-x}.$$

Nájdeme partikulárne riešenie. Pre výpočet hodnôt konštánt C_1, C_2 dostaneme sústavu rovníc:

$$1 = C_1 + C_2 + 2, \quad 2 = 3C_1 + 2C_2 + 3.$$

Riešením dostaneme $C_1 = 1$, $C_2 = -2$. Teda

$$z = e^x - 2e^{-2x} + 2e^{-x}, \quad y = 3e^x - 4e^{2x} + 3e^{-x}$$

je partikulárne riešenie danej sústavy.

Podrobnejšie sa budeme zaoberať vlastnosťami systémov diferenciálnych rovníc v nadväzujúcich matematických predmetoch.