

### 7.3 Výpočet dvojného integrálu

Výrazom  $\sigma_{xy}$  označme elementárnu oblasť vzhľadom na os  $O_x$  určenú takto:

$$\sigma_{xy} = \{(x, y) \mid a \leq x \leq b, \varphi(x) \leq y \leq \psi(x)\},$$

kde funkcie  $\varphi, \psi$  sú spojité pre  $x \in \langle a, b \rangle$ .

Výrazom  $\sigma_{yx}$  označme elementárnu oblasť vzhľadom na os  $O_y$  určenú takto:

$$\sigma_{yx} = \{(x, y) \mid c \leq y \leq d, \Phi(y) \leq x \leq \Psi(y)\},$$

kde funkcie  $\Phi, \Psi$  sú spojité pre  $y \in \langle c, d \rangle$ .

**Veta 7.3** *Nech funkcia  $f$  je integrovateľná na oblasti  $\sigma_{xy}$  ( $\sigma_{yx}$ ). Nech pre každé  $x \in \langle a, b \rangle$  existuje  $\int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(x, y) dy$  (nech pre každé  $y \in \langle c, d \rangle$  existuje  $\int_{\Phi(y)}^{\Psi(y)} f(x, y) dx$ ). Potom platí*

$$\begin{aligned} \iint_{\sigma_{xy}} f(x, y) d\sigma &= \int_a^b \left( \int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(x, y) dy \right) dx, \\ \left( \iint_{\sigma_{yx}} f(x, y) d\sigma &= \int_c^d \left( \int_{\Phi(y)}^{\Psi(y)} f(x, y) dx \right) dy \right). \end{aligned}$$

Výraz

$$\int_a^b \left( \int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(x, y) dy \right) dx$$

nazývame **dvojnásobným integrálom**. Používa sa tiež označenie

$$\int_a^b dx \int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(x, y) dy.$$